

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

PUC-RIO

TEXTO PARA DISCUSSÃO

N.º 318

**O Mercado Futuro de Taxa de Juros no Brasil:
Especificidades Teóricas e Empíricas
do Mercado de DI-Futuro¹**

**Eduarda Cunha de La Rocque
Márcio G. P. Garcia**

Abril de 1994

¹ Este artigo faz parte do projeto de pesquisa do Prof. Márcio G. P. Garcia sobre mercados de derivados financeiros no Brasil, e contou com o apoio financeiro do programa de pesquisa PARADI, Canadá. Agradecemos o trabalho de assistência à pesquisa de Antônio Carlos Baptista Monteiro e principalmente Eugênia Essinger Souto de Oliveira bem como os comentários de Roberto Berardo sobre o funcionamento do mercado de DI.

1. Introdução

O mercado futuro de taxa de juros no Brasil (DI - depósitos interfinanceiros de um dia)¹ opera de forma bastante diversa dos mercados futuros de taxas de juros tradicionais. Tomemos, por exemplo, o mercado futuro de *Treasury-bills*, existente na bolsa Americana (*American Stock Exchange*; vide Duffie (1989)). Naquele mercado os participantes tentam "prever" qual será a taxa de juros de uma *T-bill* de 3 meses que seja negociada na data de vencimento do contrato futuro. Já no mercado de DI de um dia, os participantes tentam "prever" qual será a taxa acumulada de juros durante todo o mês ao final do qual o contrato vence. Tal diferença tem importantes impactos no funcionamento do mercado, e, como se demonstrará ao longo deste artigo, também sobre o modelo econométrico que deve ser usado para estudá-lo.

Desenvolvemos aqui o aparato teórico-econométrico necessário para analisar empiricamente o mercado futuro de DI, embora estejamos longe de esgotar o assunto. A partir de tal aparato, conclui-se que a série de DI-futuro deve ser analisada de uma forma estatisticamente bastante diferente da usual. Mais especificamente, mostra-se que há necessidade de uma abordagem *cross-section* em adição (senão em substituição) à abordagem *time-series* tradicional.²

Na seção que se segue a esta introdução, explica-se como funciona o mercado futuro de DI, deixando claras as suas peculiaridades em relação a um mercado futuro típico. É na seção 3 que se desenvolve o aparato teórico: definem-se as séries relevantes e derivam-se formalmente as propriedades estatísticas da série *L* (que reflete a mudança de expectativas quanto às taxas de juros diárias que irão vigorar daí até o vencimento do contrato) num mercado eficiente. Obtêm-se dois resultados: a variância condicional e a não condicional coincidem; e, estas dependem apenas de dois fatores. O primeiro é a hipótese sobre como se comporta a taxa de juros ao longo do tempo (na verdade depende de como os agentes acham que ela se comporta); e, dependendo desta, surge uma segunda variável determinante: o número de dias úteis até a data de vencimento do contrato. Esta acabou por se mostrar a variável-chave da idiosincrasia do mercado futuro de DI.

¹ O mercado futuro de DI de um dia opera na Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F) desde 05/06/1991. Desde então, esse mercado tem ganhado crescente importância, tendo o volume de contratos em aberto crescido de US\$ 744 milhões para US\$ 3 bilhões em janeiro de 94.

² Tal como ficará claro ao longo do texto, isto se dá porque a prática econométrica usual de se tirar a diferença dos logs dos preços para eliminar a heterocedasticidade da série não é suficiente para as série de DI. Existe uma **heterocedasticidade cíclica** que tende a persistir mesmo quando se tiram novas diferenças ou promovem-se outros tipos (usando diferentes parâmetros) de transformação de Box & Cox.

A seção 4 diz respeito à parte empírica e se constitui de 3 partes. O que se faz na primeira é explicar textual e intuitivamente como as derivações técnicas da seção 3 se adaptam ao conjunto de dados. Na segunda, para estabelecer a ponte entre a teoria e a prática, apresentam-se os resultados da abordagem *cross-section*. A terceira parte conclui a seção: sistematiza os problemas encontrados num estudo empírico sobre o mercado futuro de DI e compara-os aos existentes em outros mercados futuros, avaliando a literatura existente à luz do aparato teórico desenvolvido na seção 3. A conclusão do trabalho é justamente a de que este se adequa a séries financeiras brasileiras em geral. Sendo assim, ele cumpre o papel de indicar os caminhos que têm que ser percorridos num estudo empírico rigoroso que incorpore a relevância da chegada de informação diária num país de padrão inflacionário como o do Brasil.

Algumas explicações específicas sobre as seções 3 e 4ii foram alocadas em dois apêndices. No Apêndice 3, apresentam-se resultados preliminares na direção em que este artigo deve ser estendido. Em anexo, para facilitar a compreensão do trabalho, fez-se uma esquematização das tabelas - com respectivas notações e observações - que devem ser construídas num estudo empírico sobre o mercado futuro de DI; além disso, no Anexo se encontram ainda um conjunto de 4 gráficos e os resultados da análise *cross-section*.

2. O mercado futuro de DI³

O objeto de negociação do mercado é a taxa de juro efetiva dos DIs, definida pela acumulação das taxas médias diárias de DI de um dia (CETIP) entre o dia de operação (inclusive) e o último dia de negociação - o dia útil anterior à data de vencimento do contrato (também inclusive). A cotação é dada pelo preço unitário (PU) - definido como Cr\$ 100.000,⁴ descontado pela taxa de juro descrita acima. Em geral são três (sempre há ao menos dois e poucas vezes chegam a quatro, embora o limite máximo legal seja de 12) os contratos em aberto de DI, que vencem em todo primeiro dia útil do mês. Sendo assim, os dados referentes ao contrato de, por exemplo, novembro de 91, foram negociados ao longo dos meses de setembro e outubro, vencendo no primeiro dia útil de novembro, quando o PU é exatamente Cr\$ 100.000.

Na data de vencimento do contrato, o comprador de uma unidade do DI-futuro receberá Cr\$ 100.000, pagando por isto o PU **multiplicado pela taxa acumulada do dia da negociação até o**

³ As especificações do contrato de DI e a metodologia para o cálculo da taxa CETIP (Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos) podem ser encontradas em boletins da BM&F.

⁴ Trabalhamos com os dados fornecidos pela BM&F, de junho de 91 a março de 93; manter-se-á portanto como referência a unidade de conta nacional do período: o cruzeiro.

vencimento. Ou seja, o valor final (**VF**) a ser pago vai "carregando" as taxas **diárias** que vão sendo observadas - o VF é **variável**; sendo assim, o PU reflete as expectativas sobre todas e cada uma delas. Enquanto que em qualquer mercado futuro padrão (no de câmbio, por exemplo) o valor a ser pago pelo objeto de negociação (1 dólar) é **fixo** no momento da negociação; refletindo, portanto, apenas a expectativa sobre o preço da mercadoria (dólar) na data de vencimento do contrato, que coincide com a da "entrega" da mercadoria.⁵

O **vendedor** do contrato **ganha com a subida** dos juros (pois ele é na verdade quem de fato "compra os juros", ao apostar na subida deles a partir de um nível pré-determinado refletido no PU). E o **comprador** do contrato **ganha com a queda** dos juros, pois irá ter que pagar um VF menor do que os 100.000, que é a sua receita fixa.

A noção de que é o vendedor do contrato de DI quem ganha com a subida dos juros pode parecer contrariar a regra geral dos contratos futuros: é, por exemplo, o comprador de 1 dólar futuro quem ganha com a subida do preço (em Cr\$/US\$, ou seja, com a desvalorização do câmbio). Isto ocorre devido à peculiaridade do mercado de DI, em que o VF vai acumulando os juros, sendo, portanto, variável. No mercado de câmbio, ao contrário, o VF é fixo - é o preço acordado na data de negociação; e, sendo assim, o comprador tem sua despesa fixa, se beneficiando com a subida do câmbio. Ou seja, o que diferencia o mercado futuro de DI dos demais é que nele, devido à acumulação dos juros, o VF é variável; e, portanto, é o vendedor (ao invés do comprador) quem tem a sua despesa fixa e receita variável. Todavia, quando notamos que é o vendedor do contrato quem está de fato "comprando os juros", o mercado de DI deixa de contrariar a regra geral dos mercados futuros.

Isto tudo pode ser resumido pela afirmação: o PU **não** é de fato um valor/preço **futuro**, mas sim "um valor **presente** esperado". Para entendê-la, formalizemos os conceitos acima para que percebamos a contrapartida estatística da inversão dos papéis do comprador/vendedor. Seja F_t o preço futuro de um mercado tradicional. Por arbitragem tem-se que $F_T = P_T$, onde T é a data de vencimento do contrato e P é o preço à vista (*spot*) da mercadoria. Se não existe viés no mercado, tem-se então que: $F_t = E_t(P_T)$ - ou seja, o preço futuro é o valor esperado do preço à vista que irá vigorar no futuro. A expressão análoga para o

⁵ Ir-se-á sempre neste trabalho considerar os mercados como se fossem "a termo" e não futuros (o que de fato são), ou seja, ignorar-se-ão os ajustes diários (*resettlements*) que na realidade existem. Para um breve resumo da literatura sobre as diferenças entre mercados futuros e a termo e suas implicações, ver Garcia (1993), seção II.

mercado futuro de DI será:⁶

$PU_t = E_t [100.000 / (I_t * I_{t+1} * \dots * I_{T-1})]$,
justificando a expressão "valor **presente** esperado".

3. O Aparato Teórico

Os termos do contrato de DI explicados na seção anterior se resumem numa única expressão: $VF_t = PU_t * I_t * I_{t+1} * \dots * I_{T-1}$, onde:

VF = valor final;⁷

t = data de negociação;

T = data de vencimento do contrato;

I_t = fator de juros, $I_t = (1 + i_t)$;

i_t = taxa de juros;

I_t e i_t não pertencem a $@_t$;

$@_t$ - conjunto de informações disponíveis aos agentes em t.

Com isto, à luz do que foi dito na nota de rodapé número 5, pode-se determinar o PU:

$$PU_t = 100.000 * E_t [1 / (I_t * I_{t+1} * \dots * I_{T-1})] \quad (1);$$

Considere agora a série L - a diferença dos logs não dos PUs, mas dos VFs, para levar em consideração a acumulação de juros.⁸ Esta série tem um significado econômico muito importante para este trabalho: **reflete a mudança de expectativas sobre as taxas de juros diárias entre a data de negociação (t) e o último dia de negociação do contrato (T-1)**.

A partir de (1), para se chegar ao significado proposto tem-se que ignorar a desigualdade de Jensen: $\ln E(X) \geq E(\ln X)$;⁹ supondo que vale a igualdade na aproximação (x) abaixo:

$$\ln(PU_t) = \ln(100) + \ln E_t [1 / (I_t * I_{t+1} * \dots * I_{T-1})] \sim (x)$$

⁶ A expressão é, na verdade, $PU_t = E_t^Q [100.000 / (I_t * I_{t+1} * \dots * I_{T-1})]$, onde Q é a medida martingal equivalente ao espaço de probabilidade original (ver Duffie (1992), cap.7). O objetivo deste artigo **não** é usar técnicas sofisticadas de teoria de Finanças para derivar formalmente o PU (o que será justamente o objetivo de um futuro trabalho), mas sim partir desta fórmula para derivar a variância da série L. E esta **não** é alterada pela mudança de medida de probabilidade, o que nos permite omitir Q .

⁷ Lembre-se: o VF_t é o valor a ser pago em T pelo comprador e recebido pelo vendedor do contrato que foi negociado em t.

⁸ Leia-se logs como logaritmo neperiano sempre que estiver ao longo do texto; nas fórmulas representar-se-ão como lns.

⁹ A consideração da desigualdade de Jensen introduz um viés, mas em nada altera a **variância** da série L, que é o centro de nossa análise.

$$\begin{aligned} &\sim \ln(100) + E_t[(\ln I_t + \ln I_{t+1} + \dots + \ln I_{T-1})] \sim^{10} \\ &\sim \ln(100) - (E_t i_t + E_t i_{t+1} + \dots + E_t i_{T-1}). \end{aligned}$$

Mas $VF_t = PU_t * I_t * I_{t+1} * \dots * I_{T-1}$; logo:

$$\begin{aligned} \ln(VF_t) &\sim \ln(100) + i_t - E_t i_t + i_{t+1} - E_t i_{t+1} + \dots + i_{T-1} - E_t i_{T-1}; \text{ e} \\ \ln(VF_{t-1}) &\sim \ln(100) + i_{t-1} - E_{t-1} i_{t-1} + i_t - E_{t-1} i_t + i_{t+1} - E_{t-1} i_{t+1} + \dots + \\ &i_{T-1} - E_{t-1} i_{T-1}. \text{ Logo,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_t = \ln(VF_t) - \ln(VF_{t-1}) &\sim (E_{t-1} i_{t-1} - i_{t-1}) + (E_{t-1} i_t - E_t i_t) + \\ &+ (E_{t-1} i_{t+1} - E_t i_{t+1}) + \dots + (E_{t-1} i_{T-1} - E_t i_{T-1}). \end{aligned}$$

Esta expressão justifica o significado de L_t como sendo a mudança de expectativas que se dá entre dois dias úteis quanto às taxas de juros que se observarão entre a data de negociação e o vencimento do contrato correspondente. Note que L_t é a diferença entre os logs de t e $t-1$, envolvendo portanto estes dois conjuntos de informação; a primeira taxa a ser contemplada é i_{t-1} , que não pertence a \mathcal{I}_{t-1} , mas pertence a \mathcal{I}_t . Aliás é justamente ela que promove a revisão de expectativas, pois é a única informação relevante que se agrega ao primeiro para formar o segundo conjunto de informação.

Vejamos agora as propriedades estatísticas de L_t . Duffie (1989), p.174, argumenta que qualquer propriedade estatística deve ser medida considerando-se toda a informação disponível. As avaliações probabilísticas podem mudar quando o tempo passa e recebe-se mais informação; e, sendo assim, a estimativa da média e da variância do incremento do preço de $t-1$ a t (L_t) deve ser feita com base em toda a informação disponível em $t-1$. Mostraremos, contudo, que dado o processo de i e o fato de que i_{t-1} **não** pertence a \mathcal{I}_{t-1} , as estimativas **independentem** do condicionamento. O valor esperado de L_t condicionado ou não a $t-1$ é obviamente nulo, devido à lei das expectativas iteradas.¹¹ No que concerne à variância, a variável chave é k - o número de previsões que estão sendo feitas em $t-1$; por isso os elementos da série L passarão a ser identificados como L_t^k :

$$L_t^k = E_{t-1}(i_{t-1} + i_t + \dots + i_{t+k-2}) - [i_{t-1} + E_t(i_t + \dots + i_{t+k-2})];$$

donde percebe-se que:

- i) o número de taxas de juros contempladas (n) é igual a k , pois $n = t+k-2 - (t-1) + 1 = k$;
- ii) a última taxa de juros a ser contemplada é a do último dia

¹⁰ Nesta passagem usa-se, além da linearidade da integral, a aproximação: $\ln(1+i)$ tende a i , quando i tende a zero. Note que i_{t-1} não pertence a \mathcal{I}_{t-1} , mas pertence a \mathcal{I}_t .

¹¹ Deve-se porém ressaltar que este resultado é decorrente tanto da mudança de medida de probabilidade (nota de rodapé 5) quanto da desobediência de Jensen (nota de rodapé 8), procedimentos pouco rigorosos, porém inofensivos à análise a seguir, para a qual este resultado é absolutamente irrelevante.

de negociação (dia útil anterior à data de vencimento do contrato, ou seja, último dia útil do mês), pois $t+k-2 = T-1$;

iii) k - o número de previsões que estão sendo feitas em $t-1$ - é igual ao número de taxas contempladas por L_t^k (nota-se que isto pode gerar confusão pois o superescrito de L_t^k , k , diz respeito ao número de previsões feitas em $t-1$, enquanto que o subscrito t se refere ao **outro** conjunto de informação);

iv) com a eliminação de uma linha referente ao primeiro dia útil do mês na passagem da tabela dos VFs para a tabela L (vide esquematização no Anexo), tem-se que no L_1 do primeiro dia útil do mês (data de vencimento do contrato que foi negociado até o mês anterior), k é sempre igual a 1, pois está-se sempre contemplando a diferença entre a taxa de juros que de fato vigorou no último dia de negociação (último dia útil do mês) e a que se esperava ao se negociar o PU naquela data: $L_{t+k-1}^1 = E_{t+k-2}(i_{t+k-2}) - i_{t+k-2}$;

v) serão úteis as seguintes notações:

d = No. de dias úteis entre a data de negociação (inclusive) e o dia do vencimento (inclusive) = k = No. de taxas contempladas (que são as de $t-1$ a $T-1$)

t = data de negociação;

$t+k-2$ = véspera do vencimento e último dia de operação;

$t+k-1$ = T = dia do vencimento.

vi) No que concerne a um mesmo contrato, quando o t é adicionado de um, o k é subtraído de um (entretanto a notação a seguir carece um pouco de sentido porque é k que se fixa de acordo com t , e não vice-versa):

$$L_t^k = \dots$$

...

último dia de negociação:

$$L_{t+k-2}^2 = E_{t+k-3}(i_{t+k-2} + i_{t+k-3}) - (i_{t+k-3} + E_{t+k-2}i_{t+k-2}) ;$$

$$\text{data de vencimento: } L_{t+k-1}^1 = E_{t+k-2}i_{t+k-2} - i_{t+k-2} ;$$

A fórmula da variância de L_t^k depende de como se formam as expectativas e de qual é o processo efetivamente seguido pelas taxas CETIP diárias (i). Far-se-á aqui a hipótese de que as expectativas são racionais - ou seja, de que os agentes conhecem o modelo (que aqui se resume ao processo seguido por i) e usam toda a informação disponível para fazer suas previsões. Com isso, dado o processo de i , é possível derivar formalmente a fórmula do preditor das taxas futuras; e, com ela, a da variância de L_t^k . Só para fazer com que as expectativas condicionadas ao conjunto de informação mais recente entre com sinais positivos - o que nos parece mais natural - inverteremos o sinal, trabalhando com $L_t^{k'} = -L_t^k = (i_{t-1} - E_{t-1}i_{t-1}) + (E_t i_t - E_{t-1}i_t) + \dots + (E_t i_{t+k-2} - E_{t-1}i_{t+k-2})$; o que não traz qualquer efeito para a variância.

A irrelevância do condicionamento ou não da variância da série L_t^k sempre que i_t for um processo estacionário de segunda ordem, pode ser vista através da representação $MA(\infty)$ de i_t .¹² No

¹² Um resultado que se constitui numa das formas do célebre "teorema da decomposição de Wold" (ver Priestley (1981)) é o de que qualquer processo estacionário de segunda ordem (e assintoticamente não correlacionado) admite uma representação

apêndice 1, este resultado pode ser comprovado através dos algebrismos feitos para derivar a variância de L_t^k para os casos em que i_t segue os processos mais usuais (WN, RW, MA(1) e AR(1)); o que, inclusive, o torna mais intuitivo.¹³

$i_t = e_t + a_1 e_{t-1} + a_2 e_{t-2} + \dots$; ¹⁴ onde $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$;
 $E_t i_t = a_1 e_{t-1} + a_2 e_{t-2} + \dots$, pois e_t é um processo de inovação que não pertence a \mathcal{E}_t e por isso $E_t e_t = 0$; mais do que isso, tem-se que $E_t e_{t+j} = 0$ e $\text{var}_t e_{t+j} = \sigma^2$, qualquer j maior que zero ($v_j > 0$); e, sendo assim: $E_t i_{t+j} = a_{j+1} e_{t-1} + a_{j+2} e_{t-2} + \dots$
 $E_{t-1} i_{t+j} = a_{j+2} e_{t-2} + a_{j+3} e_{t-3} + \dots$

E, com (*) $L_t^{k'} = (i_{t-1} - E_{t-1} i_{t-1}) + (E_t i_t - E_{t-1} i_t) + \dots$
 $\dots + (E_t i_{t+k-2} - E_{t-1} i_{t+k-2})$; tem-se então que:¹⁵

$$L_t^{k'} = [(e_{t-1} + a_1 e_{t-2} + a_2 e_{t-3} + \dots) - (a_1 e_{t-2} + a_2 e_{t-3} + \dots) + (a_1 e_{t-1} + a_2 e_{t-2} + \dots) - (a_2 e_{t-2} + \dots) + \dots \dots + (a_{k-1} e_{t-1} + a_k e_{t-2} + \dots) - (a_k e_{t-2} + \dots)] =$$

$$L_t^{k'} = e_{t-1} * (1 + a_1 + \dots + a_{k-1}); (**)$$

Para conferir a expressão acima adaptemo-na para o L_2^3 da esquematização da tabela L:

$$L_2^{3'} = (i_1 - E_1 i_1) + (E_2 i_2 - E_1 i_2) + (E_2 i_3 - E_1 i_3) =$$

$$= [(e_1 + a_1 e_0 + a_2 e_{-1} + \dots) - (a_1 e_0 + a_2 e_{-1}) + (a_1 e_1 + a_2 e_0 + a_3 e_{-1} + \dots) - (a_2 e_0 + a_3 e_{-1}) + \dots \dots + (a_2 e_1 + a_3 e_0 + a_4 e_{-1} + \dots) - (a_3 e_0 + a_4 e_{-1})] =$$

$$= e_1 * (1 + a_1 + a_2);$$

A expressão (**) deixa claro que $L_t^{k'}$ só depende de 3 fatores:

- a) e_{t-1} ; esta é sempre a única inovação que interfere na mudança de expectativas, por ser justamente ela a única informação que se obtém de $t-1$ a t ;
- b) k , que é o número de coeficientes (incluindo o 1) que estão entre o parênteses da expressão final;

MA(oo).

¹³ A base teórica para tais derivações pode ser encontrada, por exemplo, em Fuller (1976), capítulo 2, principalmente seção 2.9.

¹⁴ Na verdade, $i_t = D_t + (e_t + a_1 e_{t-1} + a_2 e_{t-2} + \dots)$; onde D_t é a parte determinística. Esta entretanto é irrelevante no que concerne à variância, cujo cálculo se concentra então na parte estocástica, supondo ainda que o processo tem média zero (isto apenas facilita os cálculos, em nada interferindo nos resultados qualitativos).

¹⁵ Na primeira igualdade abaixo, cada um dos termos entre parênteses se refere a um dos 6 termos explícitos em (*); e, portanto, cada uma das linhas se refere a cada um dos três parênteses de (*). A segunda igualdade se estabelece porque todos os termos com exceção do primeiro se anulam em cada uma das linhas.

c) do processo seguido por i , que é o que define o valor de cada um dos coeficientes (tal como será visto no apêndice 1);

A variância condicionada a $t-1$ de L_t^k será então:

$$\text{Var}_{t-1}(L_t^k) = (1+a_1+\dots+a_{k-1})^2 * \text{Var}_{t-1}(e_{t-1}); \quad (V)$$

Ora, por ser e_t um processo de inovação em que e_{t-1} não pertence a \mathcal{E}_{t-1} , tem-se que $\text{Var}_{t-1}(e_{t-1}) = \text{Var}(e_{t-1}) = \sigma^2$. Ou seja, a variância condicional é igual à não condicional que é igual a $(1+a_1+\dots+a_k)^2 * \sigma^2$; e, por isso, depende do processo seguido por i , e, pelo menos a priori, de k (não dependerá se e somente se i for um ruído branco (WN) - caso em que $a_j=0, v_j$ - tal como será mostrado no apêndice 1).

Por enquanto mostramos que o resultado da irrelevância do condicionamento da variância vale para qualquer que seja o processo de i , desde que estacionário de segunda ordem. Entretanto, mostra-se no Apêndice 1, que este resultado vale também para o caso em que i segue um passeio aleatório (RW).¹⁶ E, sendo assim, torna-se válido também para qualquer processo integrado de primeira ordem (ou seja, cuja primeira diferença é uma série estacionária), pois este pode sempre ser representado por uma soma de um RW e um MA(∞). Ora, por um simples argumento de indução, ter-se-á então que o resultado se mantém para qualquer que seja o processo de i , desde que integrado (de alguma ordem). Este resultado é na verdade bastante intuitivo, já que em (*), cada um dos termos entre parênteses não pode depender de outra coisa senão de i_{t-1} , que é a única informação nova relevante que se obtém entre $t-1$ e t ;¹⁷ e que então irá depender em última instância apenas de e_{t-1} , já que:

$$E_t i_{t-1} = i_{t-1} = E_{t-1} i_{t-1} + e_{t-1}.$$

Concluimos, portanto, que a variancia condicional de L_t^k é igual à não condicional, qualquer que seja o processo (integrado ou não) de i ; e que esta depende apenas de k e do processo seguido por i , ou seja:

$$\text{Var}_{t-1}(L_t^k) = \text{Var}(L_t^k) = f(k); \quad f \text{ depende do processo } \{i\}.$$

¹⁶ O melhor previsor de um RW é o atual valor da série. Portanto, se subtrair-se um previsor de um RW de um outro previsor que do primeiro difira apenas pelo conjunto de informacoes, a variancia da diferenca estara relacionada somente às informacoes que estao no maior conjunto de informacoes e nao estao no menor.

¹⁷ Formalmente, tem-se que: $\{i_{t-1}\} \cup \{\mathcal{E}_{t-1}\} = \{\mathcal{E}_t\}^r$; onde o superescrito r indica apenas que o último é o subconjunto que só contém as informações relevantes do conjunto de informação de t , \mathcal{E}_t .

4. Abordagem empírica

i) A questão da homogeneidade dos dados

As derivações teóricas feitas na seção anterior nos permitem concluir que a abordagem *time series* tradicional não é válida *a priori* para o mercado futuro de DI. Por abordagem tradicional entende-se a que é proposta por Duffie (1989), cap.6: organizar uma série de preços futuros por "contratos a vencer" ao longo do tempo. Para entendê-la faz-se em anexo uma esquematização das tabelas que de fato têm que ser trabalhadas numa análise tradicional sobre o mercado de DI (supondo que só existem três dias úteis nos meses de setembro e outubro). Nela, os dados referentes ao contrato de novembro (de determinado ano), se encontram como 1o. contrato (PU1) ao longo do mês de outubro, vencendo no primeiro dia útil de novembro, quando o PU é exatamente Cr\$ 100.000; e como 2o. contrato (PU2) ao longo do mês de setembro (e estaria ainda como PU3 ao longo do mês de agosto se então existisse e a tabela 1 incluísse o 3o. contrato). A partir de então, para dar conta da peculiaridade (acumulação dos juros) do mercado de DI e tornar os dados mais homogêneos, tem-se que transformar os PUs em VFs.

A evolução do VF do 1o. contrato a vencer - VF1 - ao longo do tempo em questão pode ser vista no gráfico 1a. Esta série, entretanto, embora tenha um significado econômico bastante claro, diz respeito a um **nível** de preço (o próprio PU acumulado); e, segundo Duffie, p.171, as condições MQO (de mínimos quadrados ordinários) são mais apropriadas para a percentagem da taxa de crescimento dos preços composta continuamente, ou seja, para os incrementos dos logs dos preços.

Sendo assim, para que se questione a homogeneidade dos dados, é melhor pensar diretamente na série L; o que, para o mercado de DI, é inclusive mais razoável, já que o processo gerador de dados (GDP) é o das taxas **diárias** de juros. A modificação que fizemos em relação a como Duffie propõe que se trabalhe com preços futuros para contemplar a acumulação dos juros diários resolveu o problema de **viés** que de outra forma (ou seja, sem levar em consideração a acumulação dos juros, e portanto trabalhar diretamente com a diferença de logs dos PUs, ao invés de com a diferenças de logs dos VFs dos PUs) existiria.¹⁸ Entretanto, não houve qualquer "correção" na direção de "uniformizar" o número de previsões que estão sendo feitas, que é o que importa para a **variância** das séries. Sendo assim, não

¹⁸ Da Tabela L da esquematização em anexo, percebe-se que sem o ajuste para VF, ter-se-ia, por exemplo, para L1 no dia útil 2, $[E_1i_1 + (E_1i_2 - E_2i_2) + (E_1i_3 - E_2i_3)]$; não se estaria dessa forma medindo exatamente as "mudanças de expectativas", introduzindo-se um viés positivo na esperança da série L (que é na verdade nula). Note ainda que para se obter a série L, pode-se tirar a diferença dos logs tanto do VF quanto do VP ("valor presente" - ou seja, "levado para trás", para a data de vencimento do contrato **anterior** que é o primeiro dia útil do mês corrente).

há entre os componentes de L1 e L2 a homogeneidade que se pressupõe existir quando faz-se referência a uma "série".¹⁹ A derivação formal feita acima e principalmente os resultados do Apêndice 1 reforçam a intuição de que a variância tende a ser maior no início do mês (na verdade quanto mais longe se estiver do vencimento), porque se está prevendo um número maior de taxas diárias de juros; e, por isso, **a chegada de novas informações promoveria a revisão de um número maior de expectativas.**²⁰ Note que a heterocedasticidade (ao longo do prazo de maturação) da qual é intuitivo se suspeitar tem uma forma bastante específica: é "cíclica", no sentido de que tem um padrão de comportamento bem determinado ao longo do tempo²¹ - este, contudo, **não** se faz perceptível no gráfico 1b.

ii) A nova abordagem

Na seção 3 vimos que a variância de L_t^k depende crucialmente de k. E, ao longo do tempo, as séries L1 e L2 têm necessariamente diferentes ks (mais especificamente, no que concerne a um mesmo contrato, quando o t é adicionado de um, o k é subtraído de um). Isto faz com que uma abordagem *time series* para elas não faça sentido; pois, não há, *a priori* homogeneidade entre os elementos de cada uma delas. O que então se propõe é uma abordagem *cross-section* na qual se agreguem os elementos de igual k, ou seja, agregam-se os elementos a k dias do vencimento (cada contrato provê uma observação - vide apêndice 2).²²

¹⁹ Do ponto de vista estatístico, na maior parte das vezes supõe-se (para que os estimadores de MQO sejam eficientes e os testes e estatísticas mais usuais façam sentido) que eles sejam iid (independentes e identicamente distribuídos). Para se estimar a variância das séries VF1, VF2, L1 e L2 obviamente requer-se no mínimo que os componentes de cada uma delas tenham a mesma variância.

²⁰ Note entretanto que a fórmula (V) **só** implica que a variância é maior quanto maior for k se todos os coeficientes da representação MA (oo) forem positivos.

²¹ Bem diferente, por exemplo, dos modelos ARCH, muito comum na literatura sobre séries financeiras por levarem em consideração o fato de que a variância destas tende a aumentar em momentos (ciclos inesperados) de "instabilidade" (fazem a variância seguir um processo autoregressivo). Uma primeira visão sobre os modelos ARCH pode ser encontrada em Greene (1990), pg.416.

²² Isto não significa ainda que a série será homogênea - pois estar-se-á comparando previsões feitas em "ambientes" bastantes distintos entre si. Parece particularmente importante um ajuste para o índice de inflação dos meses entre a data de negociação e de vencimento do contrato. Entretanto, este não é tão trivial como pode parecer à primeira vista: por exemplo, dividir os juros nominais pela taxa de inflação **observada** no período ($I_t/(1+\pi_t)=(1+r_t)$) em nada adiantaria - o grande problema

Embora na seção anterior tenhamos trabalhado apenas com a série L, julgamos relevante a abordagem *cross-section* também para a série VF (ver tabelas e gráficos da análise *cross-section* em anexo). Quanto à esta última percebe-se que:

- a) não existe uma relação clara entre o viés (média-100.000) e k;
- b) tanto o eqm (erro quadrático médio) quanto a variância tendem nitidamente a aumentar com k; o R^2 de uma regressão da variância em relação a k é de .73; e o coeficiente tem uma estatística t de 9.47, sendo portanto significativamente maior que zero mesmo a um nível de significância de 1%;
- c) a %var (participação da variância no eqm) é bastante alta (entre 89 e quase 100%), mas é em geral bem menor do que a que foi anteriormente obtida quando estimada para VF1 e VF2 (mais de 99%). Ela tende a ser maior para os ks mais altos (maiores que 24), embora **não** exista uma tendência de crescimento ao longo dos ks. Pode-se perceber, entretanto, uma particularidade: as menores participações (em torno de 90%) se dão no final do mês (k entre 1 e 4 referentes ao 1o. contrato; e, entre 20 e 24, referentes ao 2o.)²³

Na tabela da análise *cross-section* da série L no Anexo, a variância continua absolutamente dominante e não se pode concluir nada a respeito do viés (tal como ocorrido com VF). Aliás, pouco pode-se concluir desta tabela. É particularmente surpreendente que uma das maiores variâncias se dê quando k=1, o que parece ser incompatível com a derivação teórica feita na seção anterior, para qualquer que seja o processo seguido pela taxa de juros. Este fato é um indício de que "existe muito barulho" no último dia de negociação do contrato. Isto pode ser visto em termos da formalização: tornaria-se inválida a hipótese de que o distúrbio incorporado ao processo de i tenha variância constante ao longo do tempo.

O comportamento da variância da série L ao longo de k (que se constitui no nosso maior interesse) parece um pouco diferente do de VF: **não** existe uma tendência tão clara, praticamente monotônica, de a variância aumentar em função de k (vide gráficos da análise *cross-section*). Mas ainda assim, existe uma tendência de crescimento: a estatística t do coeficiente da regressão da variância da série L em k é de 3.39, estatisticamente diferente de zero (apresentando um valor p de 0.175%).

A segunda parte da "ponte entre teoria e prática" que tenta-

é justamente a incerteza quanto à ela - pois seria anulada ao se tirar a diferença de logs. O apêndice 3 é justamente uma primeira tentativa de eliminar a interferência do fator "ambientes distintos" no "cálculo *cross-section*" da variância (variância dos elementos (L_c^k s) de ks iguais).

²³ É importante lembrar que isto **não** significa que os contratos variam relativamente menos **ao longo** da última semana de negociação, pois está-se fazendo uma análise *cross-section*, e não mais intertemporal.

se construir nesta seção envolve (numa extensão a este trabalho) um teste de especificação do processo seguido pela taxa CETIP diária. O comportamento desta série ao longo do período estudado pode ser vista no gráfico 1c; os dois picos observados em 22 e 30 de dezembro de 92 são em função meramente de incorporarem 2 dias úteis; fato do qual o mercado tinha na época conhecimento e que portanto não gerou distorções nas séries L e VF. Mas, para se analisar o processo estocástico seguido por i é necessário que se normalize, com o que se obtém taxas semelhantes às que vinham vigorando ao longo do mês, gerando o gráfico 1d.²⁴

É necessário que se estime qual o processo que de fato foi seguido por i no período para que assim se verifique se ele é compatível - segundo as derivações teóricas feitas na seção anterior - com os resultados obtidos para a análise *cross-section* da série L. Pelo comportamento não monotônico da variância da série L, parece ser difícil encontrar um processo estocástico de variância constante que se adeque aos dados. Assim, duas possibilidades se sugerem naturalmente. A primeira é que a variância de i varie ao longo de k para um mesmo contrato. A segunda é que diferentes ambientes macroeconômicos originem diferentes variâncias de i , ou seja, para todos os k de um mesmo contrato a variância de i seria a mesma, mas variaria de contrato para contrato.

Assim, em termos da modelagem da seção 3, é possível enumerar os problemas quanto à heterogeneidade da série L:

- 1) Quanto à L, dado $\{i\}$ (supondo que este seja um processo integrado diferente de WN constante ao longo do tempo): a única variável geradora de heterogeneidade é de fato k .
- 2) Quanto ao processo de i :
 - a) este pode mudar ao longo do tempo em função de transformações no ambiente macroeconômico; isto invalida a derivação da variância de L_t^k de pelo menos duas formas:
 - a1) os coeficientes da representação MA (∞) de i se alteram;
 - a2) a variância (σ^2) do distúrbio se altera;
 - b) este pode ter um comportamento sazonal que implique numa relação entre k e o processo de i (tal como proposto acima para explicar a alta variância observada para $k=1$). A possibilidade de que $\{i\}$ mude ao longo do prazo de maturação do contrato também é incompatível com a hipótese, e, portanto, com os resultados da modelagem teórica.

Acreditamos ser o problema 2 (mais especificamente o 2a) muito relevante na prática, fazendo com que o grau de confiabilidade das estimativas desta seção não seja muito elevado. Os fatores isolados de instabilidade existentes na economia brasileira acabam por tornar pouco perceptíveis

²⁴ A normalização é feita da seguinte forma:
22/12 - taxa over de 65.2% válida por dois dias, equivale a uma taxa over de 32.42% por dia: $([(65.2/3000)+1]^{0.5}-1)*3000$;
30/12 - taxa over de 70.2% válida por dois dias equivale a 34.9% por dia.

empiricamente um fator que do ponto de vista teórico tenha grande importância. Este é o incômodo tema para a conclusão desta seção.

iii) Conclusão

Este trabalho supostamente deveria deixar claro como deve se tratar estatisticamente o mercado futuro de DI. Entretanto, foi apenas um primeiro (pequeno) passo nesta direção. Para elucidar a dificuldade envolvida, cabe aqui listar as questões relativas a como deve se realizar um estudo empírico sobre mercados futuros. O processo será o de analisar a literatura existente sob a ótica do estudo teórico realizado neste trabalho para a série de DI, para que possamos assim tirar algumas conclusões sobre séries de futuros em geral.

Em primeiro lugar, deve-se decidir como organizar as séries referentes a um mercado, já que há vários contratos (de diferentes datas de vencimento) sendo negociados numa mesma data. O segundo passo é decidir se trabalha-se com níveis ou diferença de logs. Duffie (1989) propõe que deve-se abordar estatisticamente um conjunto de dados sobre um mercado futuro (americano) organizando-o de acordo com o primeiro (segundo, ..., n-ésimo) contrato a vencer ao longo de toda o período de existência **do mercado** (a série do primeiro contrato a vencer reproduz diversos contratos). Já Garcia (1993) separa os contratos futuros de índice de preço do Brasil (BTN/OTN) por data de vencimento: analisa **um** contrato (por exemplo o de **janeiro de 89**) ao longo de **sua** existência (de seu prazo de maturação).²⁵ Duffie trabalha com diferença de logs e Garcia com níveis.

Começamos por analisar quais os problemas da adaptação da sugestão de Duffie para o mercado de DI (ou seja, o que traz heterogeneidade à série). A variância de L_1 depende segundo nossas derivações teóricas de **k e de t** (através de i). Chamamos a atenção para **k** ao longo deste trabalho. Foi, contudo, realçando a importância de **t** que Garcia escolheu trabalhar separadamente com os diversos contratos: o ambiente econômico entre os diversos meses em que são negociados o j -ésimo contrato a vencer pode se transformar muito (e, com ele, o processo de i e mesmo o de formação de expectativas). Mas, mostramos teoricamente aqui que, mesmo ao longo de um único contrato, a variância pode variar bastante, e de forma previsível; portanto, a heterocedasticidade pode e deve ser incorporada ao estudo. Do ponto de vista empírico obtivemos indícios fortes de que esta é relevante tanto para a série VF quanto para a série L; mas ainda mais para a primeira, fazendo com que seja de fato preferível (embora ainda incorreto) trabalhar-se com diferença de logs (tal como proposto por Duffie) num estudo que não a considere explicitamente.

O fator causador deste tipo de heterocedasticidade é o prazo

²⁵ As referências a estes omitirão as datas a partir daqui.

de maturação (em que momento se está de t relativamente a T).²⁶ Esta é na verdade uma idéia antiga, da qual surgiu a "hipótese de Samuelson": o preço futuro corrente reflete a informação corrente que se tem sobre o preço à vista na data de entrega; se a informação chega mais rápido à medida que a data de entrega se aproxima, deve-se esperar uma maior volatilidade dos preços quanto mais perto se estiver da data de vencimento do contrato.

Milonas (1986) verificou que a volatilidade dos preços futuros americanos de fato aumenta quando se aproxima (em número de meses) da data de vencimento dos contratos. Berardo (1991) observou justamente o oposto (em semanas) para os mercados de DI e câmbio brasileiros.²⁷ Porque a diferença? O que ocorre é que o prazo de maturação é relevante não apenas por causa da velocidade de chegada de informação sobre o futuro; é fundamental também no caso de DI por causa do **acréscimo de informação sobre o passado** (em termos da formalização da seção 3, devido à diferença entre $@_t$ e $@_{t-1}$). Continua sendo verdade que o preço futuro corrente reflete a informação corrente que se tem sobre o preço à vista na data de entrega; mas, devido à **acumulação diária** dos juros, esta informação é significativamente maior a cada **dia** que passa.

Mas será somente por causa da acumulação de juros que o acréscimo de informação sobre o passado é relevante (afinal, a "inversão da hipótese de Samuelson" foi observada por Berardo também para o mercado de câmbio brasileiro)? A resposta é de fato negativa. A razão maior não é a acumulação de juros, mas sim o padrão inflacionário brasileiro, que faz com que a incerteza quanto à inflação domine completamente qualquer outra relativa à mudança de preços relativos; e, principalmente, que a informação que se acrescenta **diariamente** seja muito importante para a expectativa sobre o preço à vista na data de entrega.²⁸

Justamente por causa disso a adaptação direta de Milonas feita por Berardo não nos parece correta: o trabalho para

²⁶ Denominaremos o fator "prazo de maturação" de $(T-t)$, que não necessariamente tem que ser igual à k (que neste trabalho se refere ao número de **dias** úteis até o vencimento).

²⁷ Omitir-se-ão as datas nas referências a estes abaixo.

²⁸ Em termos da comparação feita ao final da seção 2, pode-se perceber bem isso ao se escrever:
 $F_t = E_t(P_T) = E_t(P_t * AP_t * AP_{t+1} * \dots * AP_{T-1})$; onde A reflete a taxa de variação. Ou seja, o preço futuro corrente depende da variação esperada do preço à vista (e que incorpora mais a inflação do que qualquer outra coisa). E, de fato, a incerteza que os brasileiros têm quanto ao valor do câmbio no final do mês se reduz significativamente a cada **dia** que passa. Isto reduz a diferença entre o mercado de câmbio e o de DI proposta na seção 2, mas esta continua existindo porque ao se negociar um contrato de câmbio os agentes não pensam explicitamente em taxas de variação diárias.

variância semanal pressuporia (tal como indicado por Milonas) que a série fosse estacionária dentro do espaço de tempo escolhido (no caso, a semana); o que, pelas derivações teóricas feitas aqui, em princípio **não** ocorre. O que no fundo estamos propondo neste trabalho é justamente que, devido à acumulação de juros **diária**, a variável relevante no que diz respeito ao "prazo de maturação" é **k**, o número de **dias** úteis (e não **semanas**, e muito menos **meses**) até a data de vencimento. Sendo assim, como não há dados sobre os PUs negociados ao longo do dia, não há espaço para uma análise *time-series* (intra-dia) dentro do período escolhido para o cálculo da variância; daí a proposta *cross-section* que se fez na seção anterior. Entretanto, ela tem duas desvantagens em relação ao trabalho de Berardo: não há um fator de correção para momentos de particular instabilidade (adaptando Milonas, Berardo faz a média geométrica entre os diversos contratos a vencer das variâncias dos PUs negociados naquela semana); e, tem-se que agregar dados de **ts** (e portanto "ambientes econômicos") muito distintos.

Os problemas identificados quanto à heterogeneidade ao longo do tempo de uma série financeira "j-ésimo contrato a vencer" podem ser sistematizados segundo suas causas - e isto facilita a compreensão das diferenças (teóricas e empíricas) deste mercado em relação a dois outros: um mercado futuro de fato tradicional (americano, por exemplo); e um mercado futuro "tradicional" brasileiro (em que não há a peculiaridade do VF acumular os juros - o de câmbio, por exemplo). Convém enumerá-los:

- 1) (T-t) - prazo de maturação:
 - a) velocidade de chegada de informação sobre o futuro;
 - b) incorporação de informação relativa ao passado.
- 2) t - mudança estrutural: os diferentes contratos se dão em ambientes macro distintos.

No caso de "economia estáveis" 1b é menos relevante (as taxas de variação **diárias** são menos importantes para determinar a situação que vigorará em T). O problema 2 também não aparece frequentemente. O fator 1a existe e o (T-t) relevante é em geral o **mês** (ou seja, a quantos meses se está da data de vencimento). A heterocedasticidade pode ser facilmente testada e deve então ser incorporada na análise da variância da série em questão.

No caso brasileiro todos os fatores interagem. O (T-t) relevante - devido à inflação que gera prazos excessivamente curtos - é o **dia** (k). Supondo que a velocidade de chegada de informação sobre o futuro é de fato maior à medida que se aproxima da data de vencimento do contrato, a observação de que a volatilidade é maior quanto mais longe se está do vencimento implica na predominância de 1b sobre 1a. É difícil determinar qual o problema mais relevante: 1 (em que a e b se sobrepõem) ou 2. Ou seja, existe um *trade-off* entre dar maior importância a **k** ou a **t** quando se organiza uma série de futuros (idealmente deve-se considerar ambas explicitamente). No que diz respeito à heterogeneidade da série L_t^k , k parece ser mais relevante quando a inflação é alta mas o padrão inflacionário (e portanto o processo de i) é estável; e a importância de t se sobressai

quando este se transforma muito ao longo do tempo. Disto fica claro que a resolução do *trade-off* é bastante complicada no caso brasileiro.

5. Considerações Finais

Pelo que foi dito na última subseção, percebe-se que a diferença que faz a acumulação de juros - tornando o PU um valor presente (ao invés de futuro) esperado - é muito pequena frente à diferença que o padrão inflacionário impõe sobre o funcionamento dos mercados futuros brasileiros em relação ao de economias estáveis. Sendo assim, a abordagem teórica feita para o DI pode se estender para qualquer mercado futuro brasileiro.

E aí está a principal contribuição deste trabalho. Do ponto de vista teórico ele é técnico e chega a resultados importantes: de que a variância condicional e não condicional coincidem e de qual a sua fórmula. Sendo assim, cumpre bem o papel de identificar as variáveis relevantes a serem consideradas num trabalho empírico sério sobre mercados futuros no Brasil. Este parece não ter sido ainda realizado. Aliás, uma econometria rigorosa para incorporar a relevância da chegada de informação diária num país de padrão inflacionário como o do Brasil ainda está por ser desenvolvida.²⁹ Do ponto de vista empírico, temos consciência de que o trabalho está longe de ser completo - tudo o que se fez por enquanto foi, em contraposição à abordagem de Garcia, chamar a atenção para o papel de k , sem considerar o desempenhado por t . Afinal de contas, como muito bem já dizia Hegel, é necessária a antítese para que se chegue finalmente a uma síntese.

²⁹ Do ponto de vista da teoria de finanças, isto talvez possa ser modelado - à luz da nota de rodapé anterior - ao se fazer com que a tendência de crescimento da série seja estocástica (ou seja, que ela siga um processo de Ito com coeficiente de *drift* aleatório).

Apêndice 1: Cômputo da variância da série L:

Neste apêndice calcula-se a variância da série L para quatro diferentes hipóteses sobre o processo estocástico seguido por i_t (taxa CDI-extra grupo diária), a saber: ruído branco (WN), passeio aleatório (RW), média móvel de 1a. ordem (MA1) e autoregressivo de 1a. ordem (AR1).³⁰ O cálculo se dará de forma bastante esquemática, que consiste em determinar: o valor da previsão dos agentes (ver Fuller (1976), seção 2.9), o $L_t^{k'}$ (com base na expressão (*) ou (*)'), e daí as variâncias condicional e não condicional. Quando julgarmos esclarecedor, exemplificaremos ainda de acordo com a tabela L do Anexo. Note que os resultados de 1, 3 e 4 (casos em que i é estacionário de 2a. ordem) são compatíveis com a expressão (**) obtida na seção 5 (para isto basta ver o valor dos coeficientes da representação MA(oo) equivalente a cada um dos casos (*ibid*, cap.2)).

Mas, antes disso, reescrevamos a expressão (*):

$$L_t^{k'} = (i_{t-1} - E_{t-1}i_{t-1}) + (E_t i_t - E_{t-1}i_t) + \dots \\ \dots + (E_t i_{t+k-2} - E_{t-1}i_{t+k-2})$$

ou rearranjando os termos, tem-se (*'):

$$L_t^{k'} = (i_{t-1} + E_t i_t + \dots + E_t i_{t+k-2}) - \\ - (E_{t-1}i_{t-1} + E_{t-1}i_t + \dots + E_{t-1}i_{t+k-2});$$

1) $i_t \sim WN(0, \sigma^2)$;

$E_t i_{t+j} = 0, \forall j \geq 0$ (qualquer j maior ou igual a zero)

$$L_t^{k'} = i_{t-1};$$

$$\text{Var}_{t-1}(L_t^{k'}) = \text{Var}(L_t^{k'}) = \sigma^2$$

De acordo com a tabela L,

$$L_3^{2'} = i_2 - E_2 i_2 + E_3 i_3 - E_2 i_3 = i_2 - 0 + 0 - 0 = i_2;$$

$$\text{logo, } \text{Var}_2(L_3^{2'}) = \text{Var}(L_3^{2'}) = \sigma^2;$$

obs: No caso de WN, $a_1 = a_2 = \dots = 0$.

2) $i_t \sim RW (i_t = i_{t-1} + e_t; \text{ onde } e_t \sim WN(0, \sigma^2))$

$E_t i_{t+j} = i_{t-1}, \forall j \geq 0$;³¹

de (*), $L_t^{k'} = (i_{t-1} - i_{t-2}) + \dots + (i_{t-1} - i_{t-2})$; sendo k o número de parênteses; ou seja, $L_t^{k'} = k * e_{t-1}$

$$\text{Var}_{t-1}(L_t^{k'}) = \text{Var}(L_t^{k'}) = k^2 * \sigma^2;$$

De acordo com a tabela L,

$$L_3^{2'} = i_2 - E_2 i_2 + E_3 i_3 - E_2 i_3 = (i_2 - i_1) + (i_2 - i_1) = 2 * e_2;$$

$$\text{logo, } \text{Var}_2(L_3^{2'}) = \text{Var}(L_3^{2'}) = 4 * \sigma^2;$$

3) $i_t \sim AR(1) (i_t = \rho i_{t-1} + e_t; \text{ onde } e_t \sim WN(0, \sigma^2), \text{ e } |\rho| < 1)$

³⁰ As siglas se referem às respectivas denominações em inglês: *white noise, random walk, moving average, autoregressive*.

³¹ Um passeio aleatório é um caso especial de uma martingala, que se caracteriza justamente pelo fato de que a melhor previsão para o futuro é exatamente o ponto onde se está no presente.

$E_t i_{t+j} = p^{j+1} i_{t-1}, \quad v_j > 0;$
 de (*)', $L_t^{k'} = [i_{t-1} * (1+p+p^2+\dots+p^{k-1})] - [i_{t-2} * (p+p^2+\dots+p^k)] =$
 $= (i_{t-1} - p i_{t-2}) * (1+p+p^2+\dots+p^{k-1}) \stackrel{32}{=} e_{t-1} * (1-p^k) / (1-p)$
 $Var_{t-1}(L_t^{k'}) = Var(L_t^{k'}) = [(1-p^k)/(1-p)]^2 * \sigma^2;$
 (note que $dVar(L_t^{k'})/dk = (p^k * -\ln p) > 0$, qualquer p pertencente a $(0,1)$);

De acordo com a tabela L,

$$L_3^{2'} = i_2 - E_2 i_2 + E_3 i_3 - E_2 i_3 = (i_2 - p i_1) + p(i_2 - p i_1) = (1+p) * e_2;$$

logo, $Var_2(L_3^{2'}) = Var(L_3^{2'}) = (1+p)^2 * \sigma^2;$ ³³

4) $i_t \sim MA(1)$ ($i_t = b e_{t-1} + e_t$; onde $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$);

Aqui surge a necessidade de uma aproximação (tal como proposto por Fuller (1976), pg.80), já que são os i_t s e não os e_t s as variáveis observáveis (enquanto que os agentes gostariam de incorporar os e_t s ao seus conjuntos de informação para fazer suas previsões). Este problema é entretanto remediável, se a série histórica de i a que os agentes têm acesso for suficientemente longa (na descrição abaixo, se $(t-1)$ tende a ∞); porque, com isso, eles podem aproximar os e_t s quase que "perfeitamente" (*ibid* para o significado estatístico dessa última expressão). Assim, aproximando e_t por \hat{e}_t :

$$\hat{e}_1 = i_1; \quad \hat{e}_2 = i_2 - b \hat{e}_1; \quad \hat{e}_3 = i_3 - b \hat{e}_2; \dots; \quad \hat{e}_{t+1} = i_{t+1} - b \hat{e}_t;$$

Com isto, o previsor é dado por:

$$E_t i_t = b \hat{e}_{t-1}; \quad \text{sendo que } \hat{e}_{t-1} = i_{t-1} - b \hat{e}_{t-2}$$

$$E_t i_{t+j} = 0, \quad v_j > 0; \quad \text{substituindo em (*)}:$$

$$L_t^{k'} = (i_{t-1} - E_{t-1} i_{t-1}) + (E_t i_t - 0) + (0-0) + \dots + (0-0) =$$

$$= (i_{t-1} - b \hat{e}_{t-2}) + (b \hat{e}_{t-1}) = (1+b) * \hat{e}_{t-1};$$

Note que isto é válido para qualquer k **maior ou igual a 2** (para $k=1$, não se insere o $E_t i_t$ em L_t^k acima, e, com isso, $L_t^k = \hat{e}_{t-1}$); Usando o resultado de que assintoticamente e_t e \hat{e}_t tem a mesma distribuição, tem-se que:

$$Var_{t-1}(L_t^k) = Var(L_t^k) = (1+b)^2 * \sigma^2, \quad \text{para } k > 1,$$

$$= \sigma^2, \quad \text{para } k = 1;$$

(note que este resultado é óbvio se considerarmos o argumento da seção 5, pois a representação $MA(\infty)$ deste exemplo é o próprio $MA(1)$, com $a_1 = b$);

³² O somatório de uma p.g. de razão p e com k termos é: $A1 * (1-p^k)/(1-p)$ - fórmula que será outras vezes usadas aqui; e, pela definição do processo, $(i_{t-1} - p i_{t-2}) = e_{t-1}$. Note ainda que esta última expressão poderia ter sido derivada mais diretamente de (*).

³³ Note que a fórmula da p.g. acima continua válida, pois: $(1-p^2)/(1-p) = (1+p)$.

Apêndice 2:

O que está se propondo com a abordagem *cross-section* é que ao invés de se estimar por exemplo a variância das séries:

$L1_t^k; L1_{t+1}^{k-1}; L1_{t+2}^{k-2}; \dots$ e
 $L2_t^{k+s1}; L2_{t+1}^{k-1+s1}; L2_{t+2}^{k-2+s1}; \dots$

o faça para as séries que tenham um k comum:

$L_t^k; L_{t+s1}^k; L_{t+s1+s2}^k, \dots$ ³⁴

Por exemplo, em termos da tabela L (se só houvesse os dados de 1 a 7, e usando a notação matricial $L_{i,j}$ - elemento da i-ésima linha e j-ésima coluna) ao invés de se estimar a variância das 2 séries, L1 e L2:

- 1) $L2,1; L3,1; L4,1; L5,1; L6,1; L7,1;$ e
- 2) $L2,2; L3,2; L4,2; L5,2; L6,2; L7,2;$

se estimaria a variância de 6 séries (respectivamente, $k=1,2,\dots,6$), no caso de 2 elementos cada:

- 1) $L4,1$ e $L7,1$
- 2) $L3,1$ e $L6,1$
- 3) $L2,1$ e $L5,1;$
- 4) $L4,2$ e $L7,2;$
- 5) $L3,2$ e $L6,2;$
- 6) $L2,2$ e $L5,2$

Do ponto de vista prático, para se obter a partir da tabela L, uma outra em que as colunas indicam o k, o que se faz é uma "transposição" de vetores; ou seja:

	L1	L2		k = :	6	5	4	3	2	1
2									--a--	
3	a	c							--c--	--b--
4			para						--d--	
5										
6	b	d								
7										

³⁴ O que são $s1$ e $s2$? $s1$ é o número de dias úteis do mês **seguinte** ao da data t ; e, $s2$ é o equivalente para o 2o. mês seguinte. No exemplo a seguir, existe obviamente uma relação lógica entre os elementos; ele, entretanto, não é próprio para conferir o significado proposto para $s1$, já que ambos os meses têm o mesmo número de dias úteis; mas, suponha que ao invés de 3, outubro tivesse apenas 2 dias úteis. Neste caso, para estimar a variância de L_t para $k=2$, os elementos usados seriam $L3,1$ e $L5,1$ (confirmando que $s1$ diz respeito ao número de dias úteis do mês **seguinte** ao da data 3 - outubro, que se segue a setembro).

Apêndice 3:

Vimos que a variância da série L_t^k depende de t e de k ; ao longo da nossa análise realçamos a importância do fator k , sem considerar a importância de t . Este apêndice constitui-se numa primeira tentativa de incorporar o fator t - "mudança do ambiente macroeconômico" - à análise *cross-section* sugerida neste trabalho. Mais especificamente, objetiva-se eliminar a influência de t sobre a variância de L_t^k ; para ver se assim obtém-se uma tendência mais clara da variância da série L em relação a k .

A forma mais imediatista de fazê-lo é estimar a variância de $L_t^k \times k$ depois de se ponderar a série L pelo desvio-padrão do respectivo contrato, que serviria como *proxy* para identificar um "ambiente macro" de maior versus menor instabilidade. Este procedimento é intuitivo, mas vai contra tudo o que se propõe neste trabalho; ou seja, que não se deve fazer uma análise estatística tradicional (*time-series*) ao longo de um contrato.

Uma forma alternativa, mais justificável do ponto de vista teórico, seria concentrar-se no problema 2a2 da enumeração proposta na seção 4ii. Ou seja, supor que o processo seguido por i_t é fixo ao longo do tempo, exceto pela variância do distúrbio; com isto, ele poderia ser representado por:

$$i_t = e_t + a_1 e_{t-1} + a_2 e_{t-2} + \dots; \text{ onde } e_t \sim WN(0, \sigma_t^2).$$

E, sendo assim, a variância da série L seria dada por:

$$\text{Var}_{t-1}(L_t^k) = (1 + a_1 + \dots + a_{k-1})^2 * \text{Var}_{t-1}(e_{t-1});$$

Teria-se então que se estimar $\text{Var}_{t-1}(e_{t-1})$ para isolar seu efeito sobre $\text{Var}_{t-1}(L_t^k)$, e assim identificar-se a influência de k sobre a variância da série L_t^k . Como fazê-lo? O procedimento correto seria estimar o processo seguido por i ao longo do período de análise (julho de 91 a março de 93), e, com ele, estimar também a variância do distúrbio (permitindo que esta se modifique ao longo do tempo). Mas isto constituiria-se em tema para um artigo em si. O que alternativamente pode-se fazer é usar a estimativa da variância ao longo do mês do próprio i_t (DI - taxa CDI de juros) como *proxy* (exceto por uma constante irrelevante) para a variância do distúrbio naquele mês (implicitamente, está-se supondo que a variância do distúrbio é constante ao longo de um mês, podendo variar entre os diferentes meses).

O passo seguinte seria dividir L_t^k pelo desvio-padrão do DI ($dp(DI)$) do mês correspondente, construindo-se a série $L_t^k/dp(DI)$. Na verdade, deve-se dividir a série $L1$ (primeiro contrato a vencer) pelo $dp(DI)$ do mês ao longo do qual foi negociado (por exemplo, dividir as diferenças dos logs dos VFIs do contrato de abril de 92 pelo desvio-padrão do DI ao longo de março de 92). Já a série $L2$ deveria ser dividida por uma **ponderação** dos desvios-padrão dos meses ao longo dos quais foi

negociada.³⁵ Entretanto, para facilitar a análise e sem maiores consequências para os resultados (acreditamos que a ponderação não os alteraria muito; e, além do mais, estamos mais interessados na análise do último mês de negociação), não usamos tal ponderação. O que fizemos foi simplesmente dividir todos os Ls referentes por exemplo ao contrato de maio pelo desvio-padrão do DI em abril, e assim por diante.³⁶

Em função do que foi dito nos parágrafos acima, temos então 3 formas distintas para abordar a heterocedasticidade da série L_t^k através do cálculo da sua variância em função de k. A primeira é $\text{var}[L_t^k] \times k$, que foi feito na seção 4 e cujo gráfico se reproduz aqui como c1; neste apêndice desenvolveram-se duas formas alternativas de se controlar o fator t, gerando as duas outras possibilidades de abordagem: $\text{var}[L_t^k/\text{dp}(\text{contrato})] \times k$ (gráfico c2), e $\text{var}[L_t^k/\text{dp}(\text{DI})] \times k$ (gráfico c3). Neste último percebe-se algo que já havia se identificado na seção 4: a variância de L_t^1 é excessivamente alta (relativamente aos outros dias no último mês de negociação), indicando que o último dia de negociação tem peculiaridades que devem ser estudadas. Para perceber melhor a tendência ao longo do último mês de negociação, fez-se o gráfico c4, ainda referente à $\text{var}[L_t^k/\text{dp}(\text{DI})]$, mas que inclui apenas os ks de 2 a 20.

Além da análise gráfica, fizemos regressões das respectivas variâncias em função de k (incluímos também um intercepto). Os resultados estão resumidos na tabela abaixo, onde se nota que em todas elas k é estatisticamente significativa:

coeficiente de regressão	est.t	valor p	R2
0) $\text{var}[L_t^k] \times k$	3.39	.175%	.23
1) $\text{var}[L_t^k/\text{dp}(\text{contrato})] \times k$	6.66	1.1e-7	.55
2) $\text{var}[L_t^k/\text{dp}(\text{DI})] \times k$	2.52	.167%	.13
0) excluindo k=1	3.59	.104%	.26
2) excluindo k=1	3.49	.137%	.25

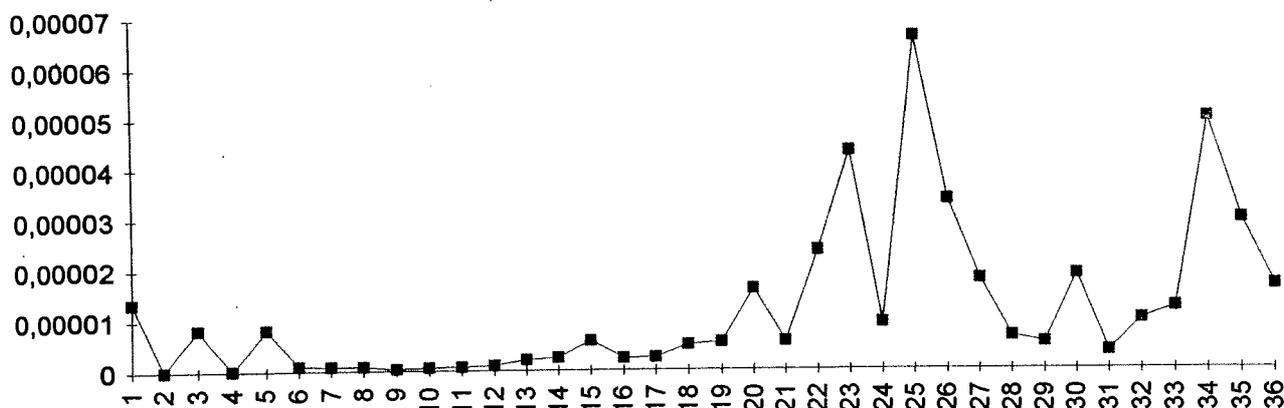
³⁵ Por exemplo, **dividir**:
L1em20/3 = {ln(VF em 20/3 do contrato que vence em abril (1o.cont.)) - ln(VF1em19/3)}, **pelo desvio-padrão do DI em março**;
L2em20/3 = ln(VF em 20/3 do contrato que vence em maio (2o.cont.)) - ln(VF2em19/3) **por uma ponderação dos desvios-padrão do DI em março e abril (pdp)**, da seguinte forma:
pdp = dp(DI março)^((no.dias úteis restante em março a partir de 20/3)/k) * dp(DI abril)^((no.dias úteis em abril)/k); onde, **k** é o número de dias úteis entre 20/3 e a data de vencimento do contrato (ou seja, primeiro dia útil de maio); que é igual ao número de dias úteis restante em março a partir de 20/3 mais o número de dias úteis em abril.

³⁶ Embora a série L referente ao contrato de maio tenha sido também negociada ao longo do mês de março (quando era denominada L2), ela foi em geral predominantemente negociada em abril. Em termos da nota de rodapé anterior, dividimos L1em20/3 pelo dp do DI de março e L2em20/3 pelo dp do DI de abril.

Tal como já dito anteriormente, este apêndice foi apenas uma **primeira** tentativa de incorporar o fator t - "mudança do ambiente macroeconômico" - à análise *cross-section* sugerida no trabalho. Os procedimentos adotados, embora lógicos, estão ainda longe de serem corretos do ponto de vista estatístico. Entretanto, servem como reforço à indicação de que o problema de heterocedasticidade cíclica é de fato relevante para as séries de DI, persistindo mesmo quando se tira a diferença dos logs destas séries.

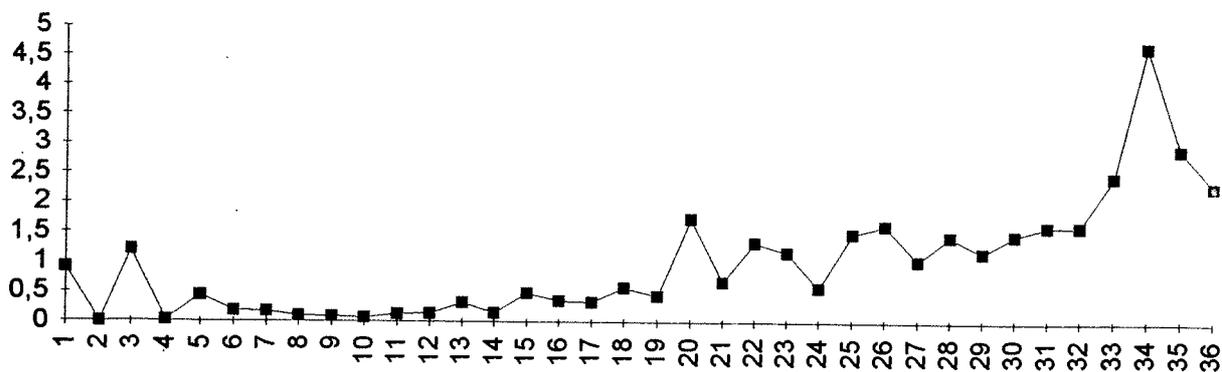
Gráficos do Apêndice 3:

VAR(Ltk) x K



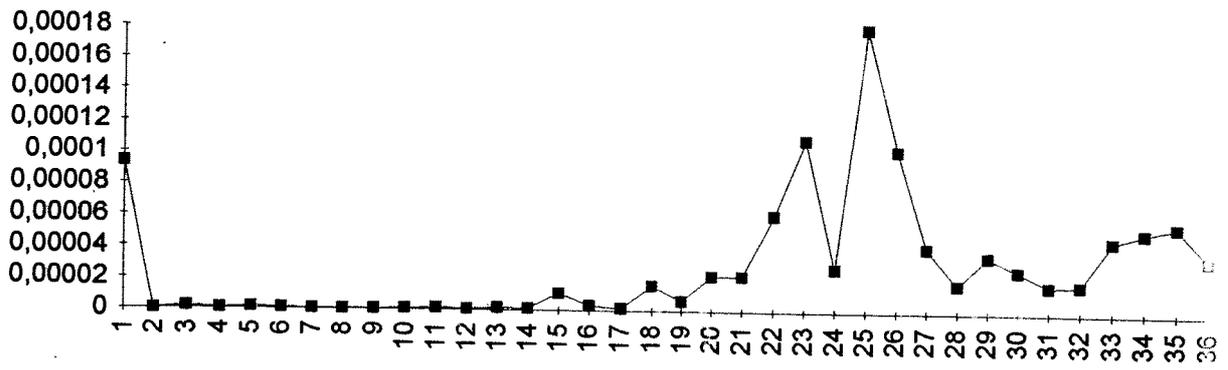
c1

VAR[Ltk/DP(contrato)] x K



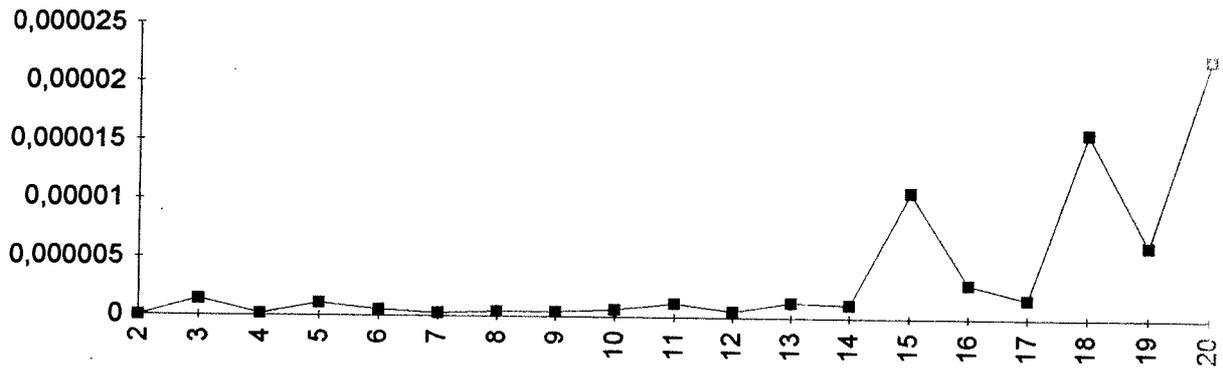
c2

VAR[Ltk/DP(DI)] X K



c3

VAR[Ltk/DP(DI)] X K



c4

Referências:

Berardo,R., "Um Estudo de Hedge e de Preços nos Mercados Futuros" (monografia de final de curso - PUC-RJ, **mimeo**), 1991.

BM&F, "Especificação do Contrato Futuro de Taxa Média de Depósito Interfinanceiro de um dia", **Ofício Circular** 019-A/92-SG,1992.

BM&F, "Taxa Média Ajustada CDI/Cetip: metodologia de cálculo", **Revista Resenha**, número 70, 1991.

Duffie,D.D., **Future Markets**, Prentice Hall, Inc.,1989.

Duffie,D.D., **Dynamic Asset Pricing Theory**, Princeton University Press, 1992.

Fuller,W.A., **Introduction to Statistical Time Series**, John Wiley & Sons, Inc., 1976.

Garcia,M.P., "Política Monetária e Formação das Expectativas de Inflação: Quem Acertou Mais, o Governo ou o Mercado Futuro?", **Pesquisa e Planejamento Econômico**, dezembro, 1992.

Garcia,M.P., "The Formation of Inflation Expectations in Brazil: a Study of The Futures Markets for the Price Level", **Revista Brasileira de Economia**, janeiro-março, 1994.

Goldberger,A.S., **A course in Econometrics**, Harvard University Press, 1991.

Greene,W.H., **Econometric Analysis**, Macmillan Publishing Company, 1990.

Milonas,N. "Price Variability and the Maturity Effect in Futures Markets," **Journal of Futures Markets**, 6, pg 443-460, 1986.

Priestley,M.B.,**Spectral Analysis and Time Series**, Academic Press, 1981.

Anexo

Notações usadas na Esquematização das Tabelas a seguir:

- $I_1 = (1+i_1)$ - I é fator, i é taxa de juros do dia 1 (medida por CETIP);
- $E_t I_s$ - expectativa em t do fator de juros do dia s;
- $@_t$ - conjunto de informação em t;
- T - data de vencimento do contrato (1o.dia útil do mês);
- X_{jt} - X do j-ésimo contrato, negociado na data (dia útil) t;

Nas tabelas, o Cr\$ 100.000 é substituído por 100 e os subscritos, por vírgulas. Por exemplo:

- $PU_{1,t}$ - PU do 1o.contrato, negociado na data (dia útil) t;
- $VF_{1,t}$ - valor futuro (em T) do 1o.contrato negociado em t;
- $VP_{1,t}$ - valor presente (no 1o.dia útil do mês da data t, que coincide com a data de vencimento do 1o. contrato negociado no mês anterior) do 1o.contrato negociado em t;
- $L_{1,t+1} = \ln(VF_{1,t+1}) - \ln(VF_{1,t}) = \ln[(VF_{1,t+1})/(VF_{1,t})]$;
- * a adaptação para os demais contratos (j=2,3,...) é imediata (a do 2o.contrato fica clara nas tabelas)

Observações:

- It e it **não** pertencem a $@_t$ (quando se está negociando o PU num dia não se conhece ainda a taxa de juros daquele dia)
- $\ln I_1 \sim i_1$ (aproximação válida porque i_1 tende a zero)
- Da esquematização das tabelas a seguir pode-se notar que $L_{1,t+1} = \ln[(VP_{1,t+1})/(VP_{1,t})]$; ou seja, que tanto faz tirar a diferença dos logs dos VFs ou VPs para que se leve a acumulação dos juros em consideração.

Da suposição da seção 3, aproximação e notações acima, tem-se então para as tabelas a seguir:

$$\begin{aligned}
 PU_{1,1} &= 100 * E_1 [1 / (I_1 * I_2 * I_3)]; \\
 VF_{1,1} &= PU_{1,1} * (I_1 * I_2 * I_3); \\
 VF_{1,2} &= \{100 * E_2 [1 / (I_2 * I_3)]\} * I_2 * I_3; \\
 VP_{1,1} &= PU_{1,1}; \\
 VP_{1,2} &= 100 * E_2 [1 / (I_2 * I_3)] / I_1; \\
 L_{1,2} &= \ln[(VF_{1,2}) / (VF_{1,1})] = \\
 &= \ln(100) + \ln(I_2) + \ln(I_3) + \ln E_2 [1 / (I_2 * I_3)] - \\
 &= [\ln(100) + \ln(I_1) + \ln(I_2) + \ln(I_3) + \ln E_1 [1 / (I_1 * I_2 * I_3)]] =^1 \\
 &= -E_2 (\ln I_1 + \ln I_2) - [\ln I_1 - E_1 (\ln I_1 + \ln I_2 + \ln I_3)] =^2 \\
 &= E_{1i1} - i_1 + E_{1i2} - E_{2i2} + E_{1i3} - E_{2i3}
 \end{aligned}$$

¹ Ignorando a desigualdade de Jensen.

² Usando a aproximação proposta acima, a lineariedade do operador E e reorganizando.

Esquemática das Tabelas

TABELA 1

DIAS ÚTEIS	DATAS	TAXAS CETIP	TAXA ACUM.	PU1	PU2	VP1	VP2	VF1	VF2
1	1 SETEMBRO	11	11	PU1,1	PU2,1	PU1,1	PU2,1	PU1,1*(11 2 3)	PU2,1*(11...16)
2	2 SETEMBRO	12	11 2	PU1,2	PU2,2	PU1,2/11	PU2,2/11	PU1,2*(12 3)	PU2,2*(12...16)
3	3 SETEMBRO	13	11 2 3	PU1,3	PU2,3	PU1,3/11 2	PU2,3/11 2	PU1,3*(13)	PU2,3*(13...16)
4	1 OUTUBRO	-	1	100	PU2,4 (a)	100/11 2 3	PU2,4 (a)/11 2 3	100	PU2,4 (a)* (14 5 6)
4	1 OUTUBRO	14	14	PU1,4	PU2,4 (b)	PU1,4	PU2,4 (b)	-	PU2,4 (b)* (14...19)
5	2 OUTUBRO	15	14 5	PU1,5	PU2,5	-	-	-	-
6	3 OUTUBRO	16	14 5 6	PU1,6	PU2,6	-	-	-	-
7	1 NOVEMBRO	-	1	100	PU2,7 (a)	-	-	-	-

TABELA VF

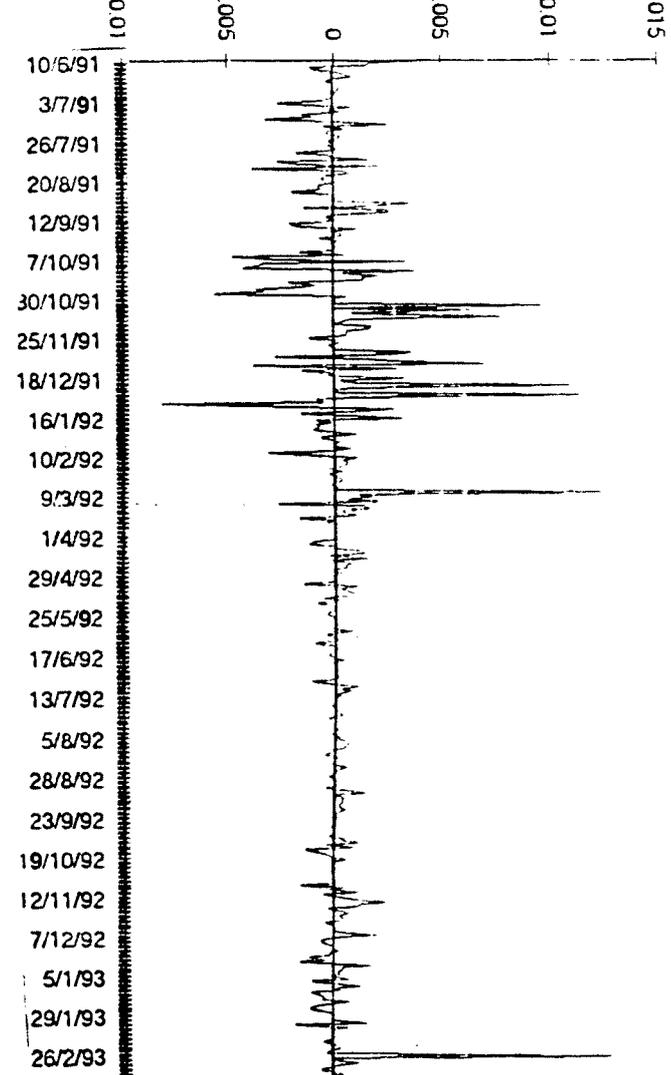
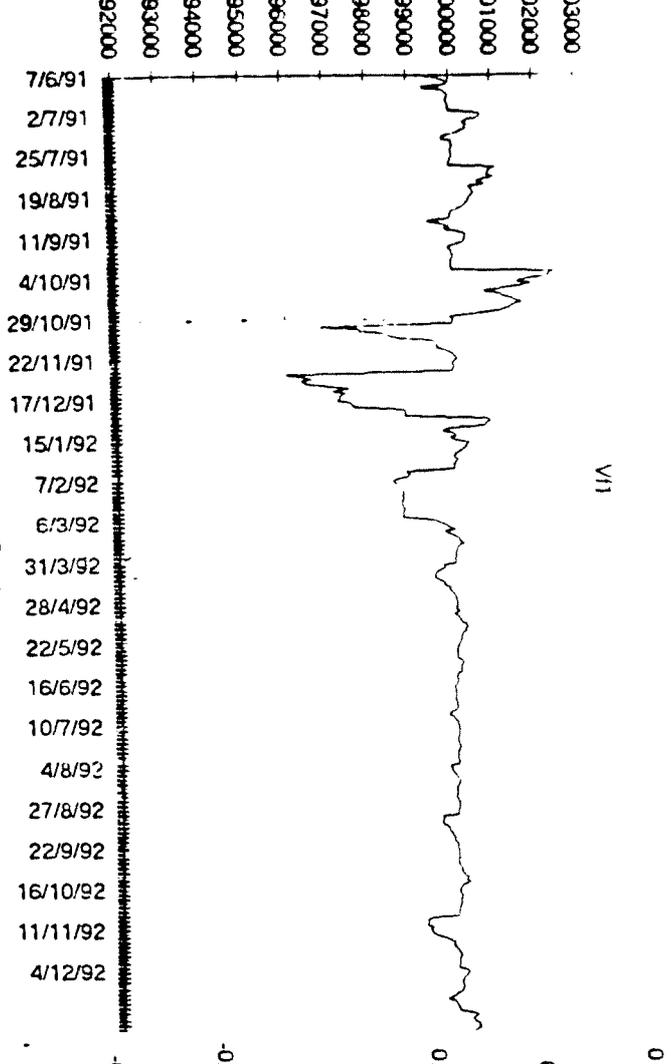
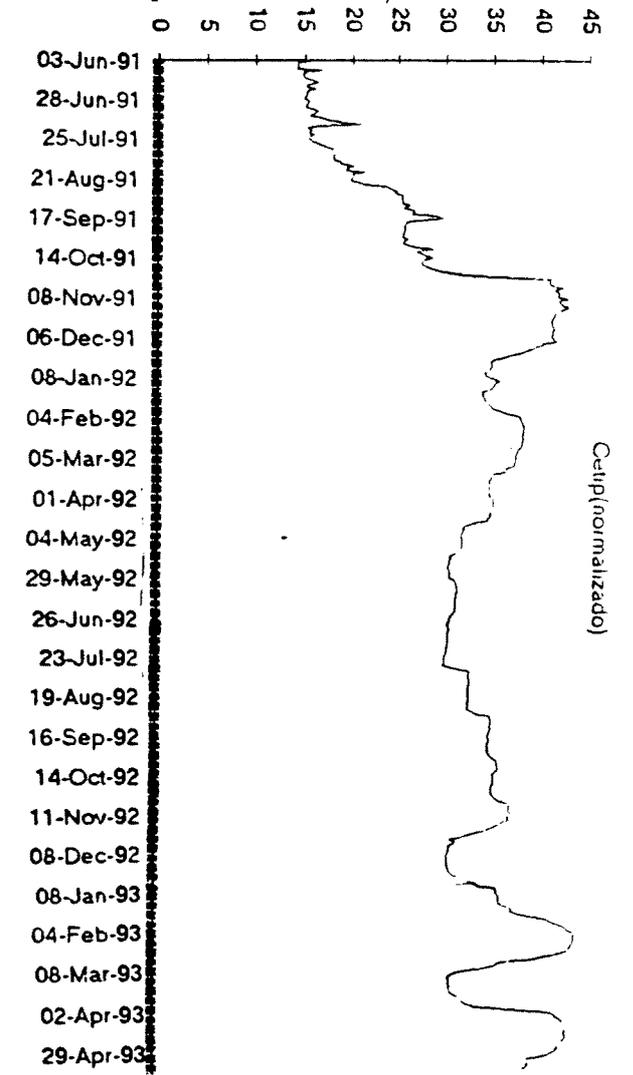
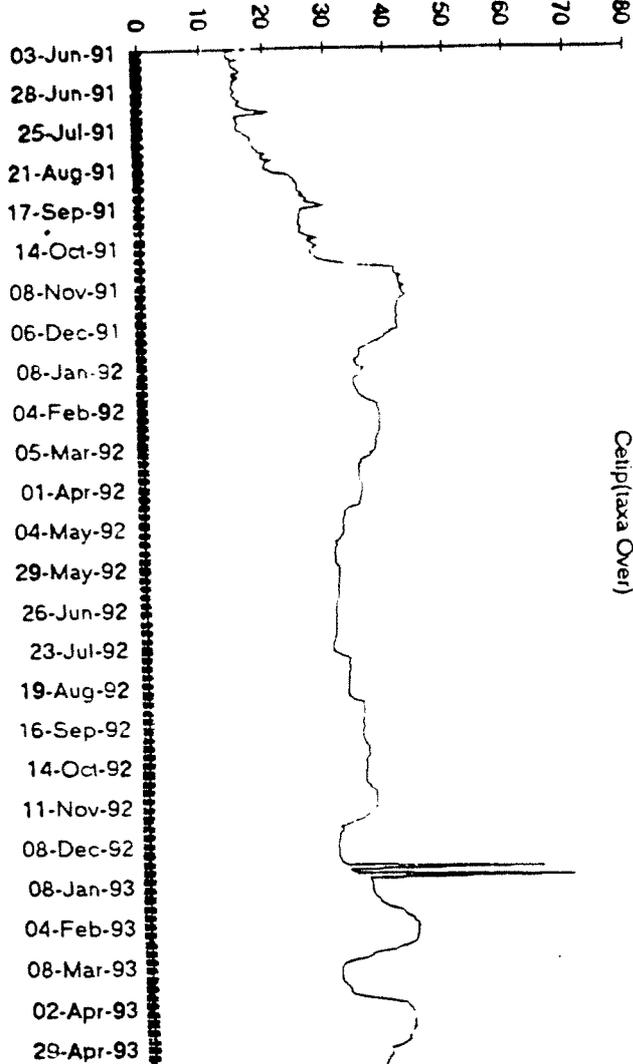
DIAS ÚTEIS	VF1	VF2
1	$100 * (11 2 3) * E1 [1 / (11 2 3)]$	$100 * (11 2 3 4 5 6) * E1 (1 / 11...16)$
2	$100 * (12 3) * E2 [1 / (12 3)]$	$100 * (12 3 4 5 6) * E2 (1 / 12...16)$
3	$100 * (13) * E3 [1 / 13]$	$100 * (13 4 5 6) * E3 (1 / 13...16)$
4	100	$100 * (14 5 6) * E4 (1 / 14...16)$
4	$100 * (14 5 6) * E4 [1 / (14 5 6)]$	$100 * (14 5 6 7 8 9) * E4 (1 / 14...19)$
5	--	--
6	--	--
7	--	--

TABELA L

DIAS ÚTEIS	L1	L2
1	-	-
2	$(E11 - 11) + (E12 - E212) + (E13 - E213)$	$(E11 - 11) + \dots + (E14 - E214) + \dots + (E16 - E216)$
3	$(E212 - 12) + (E213 - E313)$	-
4	$(E313 - 13)$	$(E313 - 13) + (E314 - E414) + \dots + (E316 - E416)$
5	$(E414 - 14) + (E415 - E515) + (E416 - E516)$	$(E414 - 14) + \dots + (E419 - E519)$
6	-	-
7	-	-

Observações:

(*) Na TABELA 1, os PUs não estão especificados porque o são na TABELA dos VF. Mas, por exemplo, $PU2,4(a) = PU1,4 = PU2,4(b)$. Ou seja, repete-se o primeiro dia útil do mês (data de vencimento de um contrato) para que haja um reposicionamento dos contratos (o segundo contrato a vencer, por ex., se transforma no primeiro). Na passagem da TABELA VF para a TABELA L, elimina-se o "segundo primeiro dia útil do mês" para que assim se consiga uma série "homogênea" de "mudança de expectativas".

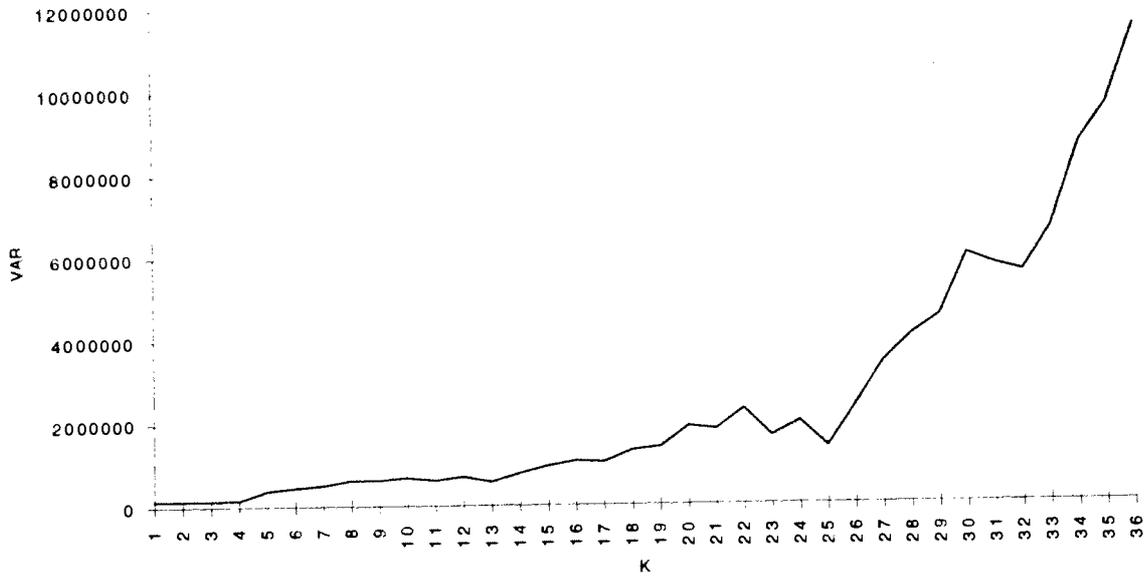


Análise Cross-Section

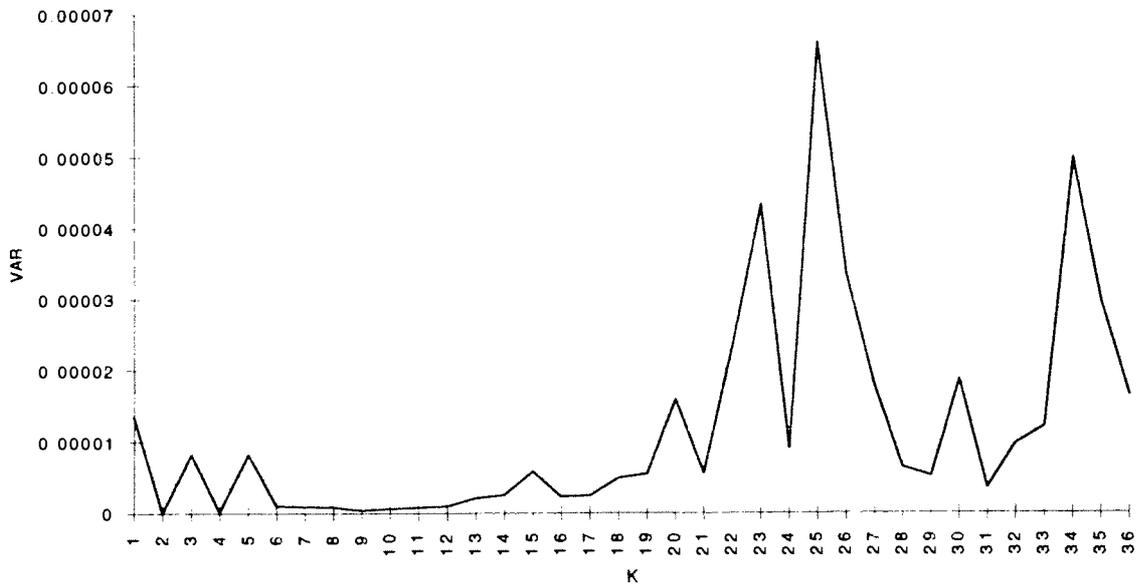
VF					L			
k	variancia	media	eqm	%var	vies	variancia	eqm	%var
36	11.4E+6	99767.2	11.5E+6	99.53	3.41E-06	16.4E-6	16.4E-6	99.9999
35	9.57E+6	99722.8	9.64E+6	99.20	924.08E-06	29.6E-6	30.4E-6	97.1917
34	8.63E+6	99843	8.66E+6	99.72	2259.88E-06	49.8E-6	54.9E-6	90.6977
33	6.62E+6	100091	6.63E+6	99.87	1667.05E-06	12.1E-6	14.9E-6	81.3086
32	5.56E+6	100210	5.61E+6	99.22	73.93E-06	9.8E-06	9.76E-6	99.944
31	5.74E+6	100206	5.78E+6	99.26	120.40E-06	3.5E-06	3.49E-6	99.5848
30	6.00E+6	100244	6.06E+6	99.02	-103.65E-06	18.6E-6	18.7E-6	99.9424
29	4.51E+6	100232	4.56E+6	98.82	-193.28E-06	5.2E-06	5.23E-6	99.2853
28	4.06E+6	100218	4.11E+6	98.85	-629.13E-06	6.4E-06	6.81E-6	94.1883
27	3.41E+6	100136	3.43E+6	99.46	-1418.36E-06	17.7E-6	19.7E-6	89.8071
26	2.36E+6	99996.4	2.36E+6	100.00	-1972.35E-06	33.4E-6	37.3E-6	89.579
25	1.37E+6	99728.2	1.45E+6	94.89	-2569.42E-06	65.9E-6	72.5E-6	90.8942
24	1.99E+6	99515.7	2.22E+6	89.43	1087.74E-06	9.1E-6	1.03E-6	88.4695
23	1.64E+6	99633.5	1.77E+6	92.43	-678.97E-06	43.2E-6	43.7E-6	98.945
22	2.30E+6	99571.2	2.48E+6	92.59	199.76E-06	23.5E-6	23.5E-6	99.8303
21	1.81E+6	99609.6	1.96E+6	92.22	-539.59E-06	5.6E-6	5.87E-6	95.0406
20	1.88E+6	99550.2	2.08E+6	90.27	1175.74E-06	15.9E-6	17.3E-6	91.9893
19	1.39E+6	99687.7	1.48E+6	93.43	222.13E-06	5.5E-6	5.5E-6	99.1055
18	1.31E+6	99718.3	1.39E+6	94.30	201.74E-06	4.9E-6	5.0E-6	99.1789
17	1.03E+6	99739.5	1.10E+6	93.84	-26.90E-06	2.4E-6	2.4E-6	99.9699
16	1.06E+6	99728.3	1.13E+6	93.47	286.04E-06	2.3E-6	2.4E-6	96.5829
15	.94E+6	99768	1.00E+6	94.44	328.72E-06	5.9E-6	6.0E-6	98.1901
14	.77E+6	99798.1	.81E+6	94.97	691.98E-06	2.5E-6	3.0E-6	83.9691
13	.57E+6	99870.5	.58E+6	97.12	302.29E-06	2.1E-6	2.2E-6	95.793
12	.69E+6	99903	.70E+6	98.66	41.85E-06	.97E-6	.97E-6	99.8194
11	.61E+6	99907.5	.62E+6	98.62	96.39E-06	.77E-6	.78E-6	98.8143
10	.67E+6	99917.8	.68E+6	99.00	-41.79E-06	.60E-6	.60E-6	99.7103
9	.62E+6	99913.4	.63E+6	98.81	-164.71E-06	.39E-6	.42E-6	93.5093
8	.62E+6	99898.6	.63E+6	98.36	28.28E-06	.85E-6	.85E-6	99.9063
7	.50E+6	99901.5	.51E+6	98.11	-283.84E-06	.90E-6	.99E-6	91.8239
6	.44E+6	99870.4	.46E+6	96.34	-138.78E-06	1.0E-6	1.0E-6	98.1449
5	.37E+6	99853.7	.40E+6	94.60	147.13E-06	8.2E-6	8.2E-6	99.7368
4	.15E+6	99868.6	.17E+6	89.69	-26.32E-06	.11E-6	.11E-6	99.3548
3	.14E+6	99867.8	.16E+6	89.08	672.00E-06	8.20E-6	8.65E-6	94.7801
2	.14E+6	99867.5	.16E+6	89.01	12.72E-06	.1E-6	.1E-6	97.6979
1	.14E+6	99869	.16E+6	89.06	1247.66E-06	13.5E-6	15.0E-6	89.6493

Gráficos da Análise Cross-Section
Variância x k

série VF



série L



Textos para Discussão:

300. Abreu, M.P.; Werneck, R.L.F. "Privatization and regulation in Brazil: The 1990-92 policies and challenges ahead". feb. 1993
301. Werneck, R L.F. "Government failure and wretched statecraft: Lessons from the Brazilian vicious circle". apr. 1993
302. Amadeo, E. J. "Retraining under conditions of adjustment . The case of Brazil"
303. Amadeo, E. J. "Entre a lógica particular e a eficiência social.: Grupos de interesse e negociação coletiva no Brasil"
304. Carneiro, D. D.; Garcia, M. G. P. "Capital flows and monetary control under a domestic currency substitution regime: The recent Brazilian experience"
305. Abreu, M.P. "A dívida pública externa brasileira em francos franceses," 1888-1956"
306. Abreu, M.P. "The political economy of protectionism in Argentina and Brazil, 1880-1930"
307. Carneiro, D.D.; Werneck, R.L.F.; Garcia, M.G.P. "Strengthening the financial sector in the Brazilian economy"
308. Bonomo, M.; Garcia, R. "Disappointment aversion as a solution to the equity premium and the risk-free rate puzzles"
309. Gonzaga, Gustavo M. "Assymmetric employment cycles at the firm level: a dynamic labor demand model and some empirical evidence"
310. Amadeo, E. J. "An Economist's political view of democratization in Brazil"
311. Abreu, M. P. "O Brasil na Rodada Uruguai do GATT: 1982-1993"
312. Amadeo, E. J. "Distributive and welfare effects of inflation and stabilization"
313. Bonomo, M. "Optimal two-sided and suboptimal one-sided state-dependent pricing rules"
314. Carneiro, D.D. "Adaptação inflacionária, política monetária e estabilização"
315. Amadeo, E.J. ; Camargo, J.M. "Institutions and the labor market in Brazil"
316. Amadeo, E.J. ; Villela, A. "Crescimento da produtividade e geração de empregos na indústria brasileira"
317. Mello, M. F. "Privatização e ajuste fiscal no Brasil" . apr. 1994