

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

INVESTIMENTO SOB INCERTEZA

Priscilla Yung Medeiros

No. de Matrícula: 95142342-2

Orientador: Marco Antônio Bonomo

Novembro de 1998

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

INVESTIMENTO SOB INCERTEZA

Priscilla Yung Medeiros

Priscilla Yung Medeiros

No. de Matrícula: 95142342-2

Orientador: Marco Antônio Bonomo

Novembro de 1998

“As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor.”

AGRADECIMENTOS

Meu agradecimento especial ao professor Marco Antônio Bonomo, quem me ajudou e motivou ao longo de todo o presente trabalho. Também importante foram as contribuições do colega e mestrando Marcelo Pinheiro. A meus pais e minha avó, por todo o carinho e apoio.

ÍNDICE

- I. Introdução, 6
- II. Breve introdução ao mercado de opções, 9
- III. As opções reais, 17
- IV. A teoria tradicional do valor presente líquido e suas modificações, 21
- V. Aplicação do modelo de opções reais para o investimento, 31
- VI. Análise do investimento em tempo discreto, 43
- VII. Método prático para análise do investimento em tempo contínuo, 55
- VIII. Caso Prático: Análise do projeto de uma indústria química brasileira, 65
- IX. Conclusão, 72
- Bibliografia, 83

ÍNDICE DE TABELAS E GRÁFICOS

Gráfico 1 - Investimento adiável × Investimento agora ou nunca, 17

Gráfico 2 - Valor presente líquido, 23

Gráfico 3 - CAPM (capital asset pricing model), 28

Gráfico 4 - Introdução do gerenciamento flexível na distribuição do VPL, 32

Gráfico 5 - Jogo Estratégico, 40

Gráfico 6 - Classificação do projeto segundo a teoria de opções reais, 41

Gráfico 7 - Árvore de decisão genérica, 43

Gráfico 8 - Espaço bidimensional das opções, 59

Gráfico 9 - Estratégia ótima de investimento, 60

Gráfico 10 - Estratégia ótima no caso da indústria química X, 69

Tabela 1 - Black-Scholes para precificação de uma opção *call*, 75

Tabela 2 - Black-Scholes para o delta de uma opção *call*, 78

Tabela 3 - Dados de entrada para o projeto da indústria química X, 81

Tabela 4 - Cálculo do VPL para a indústria química X, 82

I. INTRODUÇÃO

A cada instante milhares de decisões de investimento estão sendo tomadas no mundo inteiro. Sejam investimentos empresariais como as decisões da firma de aumentar ou não seu estoque de capital, expandir sua unidade produtiva, contratar novos trabalhadores, investir em tecnologia ou em pesquisa, sejam decisões governamentais como investir mais em educação, criar incentivos para pesquisa ou, sejam decisões individuais como realizar cursos de especialização para aumentar a qualificação pessoal.

A maioria das decisões de investimento tem em comum três aspectos essenciais que variam de grau conforme a decisão em questão. O primeiro aspecto é que o investimento é parcialmente ou completamente irreversível, isto é, caso desista do investimento será muito difícil recuperar o seu custo inicial. Por exemplo investimentos em marketing e propaganda não podem ser recuperados caso a firma desista deles. O segundo aspecto é a incerteza sobre retornos futuros do investimento. Um indivíduo ao investir na sua educação não pode ter certeza se no futuro isto lhe trará maiores retornos. O terceiro e último aspecto seria o *timing* do investimento. Uma firma ao decidir sobre a implantação de novas unidades produtivas pode adiar sua decisão para poder obter mais informações sobre o futuro. No entanto, em algumas ocasiões o adiamento do projeto pode ser a causa de seu fracasso. Desta forma, esses três aspectos interagem para determinar a decisão ótima de investimento.¹

Comparando com modelos mais antigos de investimento que ressaltavam a importância da taxa de juros e das mudanças nas políticas tarifárias, vemos que hoje o

investimento é muito mais sensível a volatilidade e a incerteza do ambiente econômico. Logo é de extrema importância a análise desses novos modelos que tentam explicar o investimento de acordo com seus três aspectos essenciais e não se limitam a tradicional regra do valor presente líquido (a decisão de um investimento deve ser aceita quando o valor presente líquido do investimento é positivo) que é a base de toda teoria neoclássica sobre o assunto.

O investimento pode ser comparado ao mercado de opções reais. Quando a firma possui uma oportunidade de investimento podemos considerar que ela possui uma opção análoga a uma opção de compra. Quando ela realiza um gasto irreversível de investimento, podemos dizer que ela está exercitando a opção. Assim, ela está abrindo mão de novas informações que poderiam mudar o seu desejo de investir tal que ela não poderá mais desistir caso o mercado apresente condições adversas. Logo, este custo de oportunidade deve ser incluído entre os custos de investimento.¹ Desta forma, no presente trabalho pretendo desenvolver a teoria básica do investimento irreversível sob incerteza enfatizando as características similares ao mercado de opções das oportunidades de investimento. Assim, tentarei realizar uma aproximação do modelo de investimento ao modelo de opções reais e, através dessa teoria, ser capaz de analisar o investimento levando-se em conta os três aspectos ressaltados acima e estudando as várias opções embutidas em uma oportunidade qualquer de investimento como por exemplo a opção de adiar o projeto, expandir, contrair, abandonar dentre outras. Para tanto, é necessário a presença de um gerenciamento flexível, ativo, que não assista as incertezas influenciando o seu projeto passivamente mas, pelo contrário, atuando de forma direta e precisa tentando sempre tirar proveito de condições favoráveis e suavizando e suavizando as perdas em condições desfavoráveis.

No segundo capítulo será feita uma breve introdução ao mercado de opções analisando suas principais características. Este conhecimento será então complementado pelo terceiro capítulo onde a teoria de valorização das opções reais é brevemente introduzida. No quarto capítulo será realizada uma análise da teoria tradicional do valor presente líquido, como ela é utilizada em situações de risco e incerteza, e as falhas que tais situações provocam nesta teoria aconselhando a utilização de uma nova teoria de precificação de opções como alternativa. No quinto capítulo, esta teoria de precificação de opções será aplicada para diversas situações de investimento analisando inclusive posições estratégicas que podem ser tomadas pelos investidores. Os capítulos seis e sete desenvolverão o modelo propriamente dito, levando em consideração primeiro análises em tempo discreto e depois estendendo para análises em tempo contínuo. Por fim, no capítulo oito, a teoria até então desenvolvida será aplicada à um exemplo prático de uma indústria química brasileira.

No entanto, deve ser ressaltado que o modelo desenvolvido no presente trabalho, não se limita apenas a aplicações na teoria de investimento sob incerteza podendo mesmo ser utilizados para outros fins, desde que as decisões em julgo possuam as características de irreversibilidade, incerteza e a importância do *timing*.

1

¹ Baseado em Dixit, Avinash e Robert Pindyck. *Investment under Uncertainty*.

II. BREVE INTRODUÇÃO AO MERCADO DE OPÇÕES

As decisões de investimento sob incerteza podem ser claramente comparáveis ao mercado de opções. Ambos apresentam incertezas quanto aos retornos futuros, são irreversíveis e o *timing* da decisão é um aspecto de extrema importância. Desta forma, será extremamente útil uma análise mais aprofundada do mercado de opções para que posteriormente esse conhecimento seja aplicado à teoria do investimento. O mercado de opções é muito semelhante ao mercado de contratos futuros com a diferença que como a opção é um direito ela não precisa ser exercida quando seu *payoff* é desfavorável. Ambos são derivativos, isto é, instrumentos cujo valor próprio depende do valor de outras variáveis básicas. As opções têm cada vez mais crescido em importância nas bolsas do mundo inteiro e podem ser classificadas de diferentes formas: *calls*, *puts*, *de straddles*, *de butterflies*, *in-the-money* dentre outras. A seguir será descrito cada um desses tipos de opções e como valorizá-las. No entanto, o intuito do presente capítulo não é descrever os pormenores do mercado de opções mas, apresentar suas características essenciais para que posteriormente esta teoria seja corretamente aplicada às decisões de investimento.

Existem dois tipos básicos de opção. Uma opção de compra (*call*) confere ao seu detentor o direito de comprar um ativo em determinada data por um determinado preço. Uma opção de venda (*put*) confere ao seu detentor o direito de vender um ativo em determinada data por determinado preço. O preço estabelecido no contrato é conhecido como preço de exercício ou *strike price*. A data do contrato é conhecida como data da expiração, data de exercício ou maturidade. Uma opção europeia só pode ser exercida na data de exercício enquanto uma opção americana não precisa ser exercida nesse dia

determinado. A opção é um direito logo, em condições adversas, não precisa ser exercida. Assim existem quatro tipos básicos de participantes no mercado de opções: os compradores de *call*, vendedores de *call*, compradores de *puts* e vendedores de *puts*. Os compradores são referidos como *long positions* e os vendedores como *short positions*. No caso dos investidores que vendem ou subscrevem opções de compra, comprometem-se a entregar as ações ao comprador da *call* se este as solicitar. Se na data de vencimento, o preço da ação for inferior ao preço de exercício, o comprador não exercerá a sua *call* e a responsabilidade do vendedor será nula. Se for superior ao preço de exercício, o comprador exercerá o seu direito e o subscritor terá que entregar as ações. Assim o subscritor perde a diferença entre o preço da ação e o preço de exercício recebido do comprador. Desta forma, geralmente as perdas do subscritor são os ganhos do comprador, e vice-versa. Existem ainda os vendedores de ações a descoberto que vendem ações que ainda não possuem. No entanto, mais cedo ou mais tarde o vendedor a descoberto terá que readquirir as ações. Terá lucro, se o preço tiver descido, e prejuízo, se o preço tiver subido.¹

As opções podem ainda ser classificadas levando-se em consideração o seu nível de risco. Este depende da relação entre o preço das ações e o preço de exercício. Uma opção “no dinheiro” (*in the money*) o preço das ações é superior ao preço de exercício e, portanto, se for exercitada hoje terá um *payoff* positivo. Uma opção “fora do dinheiro” (*out of money*) o preço das ações é inferior ao preço de exercício e, portanto, caso fosse exercida hoje apresentaria um *payoff* negativo. Desta forma as opções “no dinheiro” são mais seguras que as opções “fora do dinheiro”.²

Vários são os fatores que influenciam o mercado de opções. O primeiro e mais lógico de todos é o preço de mercado da ação e o preço de exercício da opção. O *payoff*

de uma opção *call* será o montante que o preço de mercado da ação excede o preço de exercício. Logo se o preço de mercado da ação sobe, ou o preço de exercício da opção decresce, as opções de compra tornam-se mais valiosas. De forma inversa, o *payoff* de uma opção *put* será o montante que o preço de exercício excede o preço de mercado da ação. Assim, as opções de venda serão mais valiosas conforme o preço de exercício se eleva ou o preço de mercado da ação caia. Outro fator relevante é o tempo de expiração. Tanto a *call* quanto a *put* americanas se tornam mais valiosas quando o tempo de expiração aumenta, pois o indivíduo tem pelo menos as mesmas oportunidades que o detentor de uma ação de vida mais curta possui e mais. As opções europeias no entanto, não necessariamente se tornam mais valiosas conforme o tempo de expiração aumenta, pois elas só podem ser exercidas na sua data de maturação. Um terceiro aspecto seria a volatilidade, isto é, o nível de incerteza sobre os movimentos futuros no preço da ação. Conforme a volatilidade aumenta a probabilidade da opção apresentar um resultado muito positivo ou muito negativo aumenta. Assim o detentor de uma *call* se beneficia caso o preço da opção aumente, mas tem um risco limitado caso o preço caia, uma vez que o máximo que pode ser perdido é o preço da opção. E da mesma forma o detentor de uma *put* se beneficia quando o preço diminui, mas também possui um risco limitado caso o preço aumente. Logo o *payoff* tanto da *call* quanto da *put* aumentam conforme a volatilidade aumenta. A taxa de juros sem risco também é outro fator que influencia esse mercado. Conforme as taxas de juros crescem a expectativa de crescimento do preço da ação aumenta. No caso da *put* ambos os efeitos tendem a diminuir o seu valor e, assim, o preço da *put* normalmente decresce enquanto a taxa de juros sobe. No caso da *call*, o primeiro efeito tende a ser um aumento do preço enquanto, posteriormente, este preço tende a decrescer. Mais no geral o primeiro efeito é mais forte e o preço da *call* normalmente aumenta conforme a taxa de juros sobe. Por

fim o último aspecto a ser levantado é o pagamento de dividendos, que reduz o preço de mercado da ação. Desta forma o valor da *call* será negativamente relacionada com a quantidade de dividendos enquanto a *put* será positivamente relacionada.¹

Existem ainda outras propriedades que podem ser atribuídas as opções de uma forma geral. Em primeiro lugar o valor da opção é sempre inferior ao preço da ação, pois, caso contrário, existirá possibilidade de arbitragem comprando ação e vendendo uma opção *call*. Desta forma, o limite superior para as opções de compra é o preço de mercado da opção. Já para as opções de venda o limite superior é o preço de exercício da opção, pois caso contrário, haverá possibilidade de arbitragem vendendo a opção de venda e investindo o dinheiro da venda em uma taxa de juros sem risco. Da mesma forma, o preço da opção nunca desce abaixo do valor resultante do seu exercício imediato, seja este o preço da ação menos o preço de exercício ou zero (quando o preço da ação se iguala exatamente ao preço de exercício), aquele que for maior. Se as ações não tiverem valor, a opção também não terá valor algum pois, um preço da ação nulo significa que não existe qualquer hipótese de esta vir a ter qualquer valor futuro. Se assim for, é evidente que a opção atingirá a sua maturidade sem ser exercida e sem valor, pelo que o seu valor, hoje é nulo. E, por último, à medida que o preço das ações aumentam, o preço da opção aproxima-se do preço das ações menos o valor atual do preço de exercício pois, quanto maior for o preço da ação, maior a probabilidade de essa opção vir a ser exercida e, a chance do preço da ação cair abaixo do preço de exercício, antes da maturidade da opção, é quase nula. Isto nos leva a outro aspecto fundamental das opções: os investidores que adquirem ações através de uma opção *call*, estão a comprar a prestações. Pagam hoje o preço da opção, mas só pagam o preço de exercício no momento em que efetivamente exercem a opção. Este pagamento diferido é particularmente valioso quando as taxas de juros forem elevadas e a opção tiver um

prazo de vencimento grande. Outra conclusão importante é a possibilidade de ser sempre ótimo exercer uma *put* americana sobre uma ação que não paga dividendos antes do vencimento. Pois, considerando uma situação extrema em que o preço da ação corrente é nulo, se o investidor exercer agora ganha pelo menos o preço de exercício da opção. Se esperar, o ganho pode ser menor do que o preço de exercício caso o preço da ação suba, mas não pode ser maior, uma vez que o preço da ação não pode ser negativo.²

Uma das relações fundamentais para as opções europeias é a famosa paridade *put-call*. Ela verifica que o rendimento de comprar uma opção de compra e investir o valor atual do preço de exercício num ativo sem risco é idêntico ao rendimento de comprar uma opção de venda e comprar uma ação. Esta relação básica pode ser expressa de diversas formas sendo que dentre elas, pode-se resolver a expressão tanto para o valor da *put* como da *call*. Desta forma o valor de uma *call* europeia com determinado preço e data de exercício pode ser deduzido de uma *put* europeia e vice versa e por isto, associações como estas são denominadas conversões de opções. No caso das opções americanas esta paridade não se mantêm.¹

Infelizmente o método de fluxos de caixa e valor presente não funcionam com as opções uma vez que elas apresentam uma incerteza (risco) que não é levada em consideração nos cálculos. A procura por uma fórmula para valorização das opções durou anos até que Fisher Black e Myron Sholes acabaram por descobrir. A fórmula é a seguinte:

$$\text{Valor atual de uma } call = PN(d_1) - EXe^{-r_1 t} N(d_2) \text{ onde,}$$

$$d_1 = [\log(P/EX) + r_f t + \text{Var}(Re)t/2] \div [\text{Var}(Re)t]^{1/2}$$

$$d_2 = [\log(P/EX) + r_f t - \text{Var}(Re)t/2] \div [\text{Var}(Re)t]^{1/2}$$

Sendo, $N(d)$ = função de distribuição lognormal

EX = preço de exercício da opção

t = tempo até a data de exercício

P = preço da ação no momento presente

Var(Re) = variância por período da taxa de rentabilidade (continuamente composta) das ações

r_f = taxa de juros sem risco

Assim, o valor da opção aumenta com o quociente do preço da ação pelo preço de exercício (P/EX), com o produto do tempo remanescente até à maturidade pela taxa de juros ($r_f t$) e com o produto do tempo remanescente até à maturidade pela variabilidade da ação [Var(Re)t]. Ainda, para a valorização de opções simples, pode-se utilizar as tabelas de Black-Scholes que encontram-se no final do presente trabalho (tabela 1 e 2). Para tanto, pode-se seguir um processo simples composto de quatro passos (conforme descrito em Brealey, Richard e Stewart Myers, “Princípios de Finanças Empresariais”) conforme descrito abaixo:

- 1º Passo: Multiplicar o desvio padrão das variâncias relativas do valor do ativo pela raiz quadrada do tempo remanescente até à data de maturidade da opção.
- 2º Passo: Calcular o quociente entre o valor do ativo e o valor atual do preço de exercício da opção.

- 3º Passo: Então ver na tabela 1 (que encontra-se no final do trabalho) a linha e coluna correspondentes aos números calculados no 1º e 2º passos.
- 4º Passo: A tabela 2 permite calcular o delta da opção. Para encontrar o delta da *put*, basta subtrair 1 ao valor obtido na tabela 2 (delta da *put* = delta da *call* - 1)

A demonstração da fórmula apresentada acima vai além do escopo do presente trabalho. No entanto, pode-se ressaltar que existem ainda duas outras formas de calcular o valor de uma ação. A primeira seria formar uma combinação de ações e empréstimo que simule um investimento numa opção, tal que o custo líquido de aquisição seja o mesmo para ambas. Uma vez que ambas as estratégias produzam resultados idênticos no futuro, devem ser vendidas hoje pelo mesmo preço. A segunda seria imaginar que os investidores são indiferentes ao risco, de modo que a taxa de rentabilidade esperada das ações seja igual à taxa de juro. Calcular o futuro valor esperado da opção neste mundo neutro face ao risco e atualizá-lo.²

O mercado de opções é um universo intrigante de detalhes e complexidades. Certamente muitos desses detalhes foram deixados de lado uma vez que o objetivo último do presente trabalho não é o de estudar todos os mecanismos referentes as opções mas sim, aplicar os seus fundamentos básicos na teoria do investimento. No entanto, mesmo essa breve introdução ao mercado de opções será extremamente útil

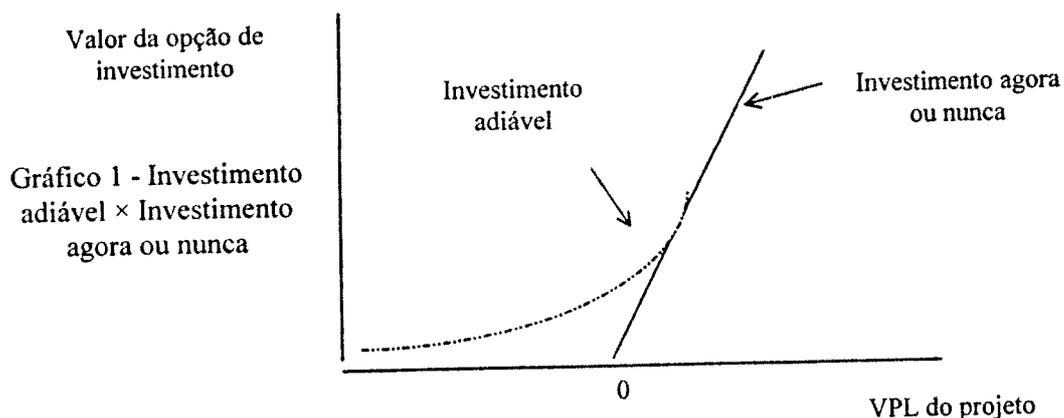
para uma compreensão mais apurada dos modelos que serão desenvolvidos em breve para o investimento. No próximo capítulo ainda analisaremos algumas dessas complicações que foram deixadas de lado nesse capítulo e passaremos a aplicações da teoria de valorização de opção.

1

¹ Baseado no clássico de finanças Hull, John C. Options Futures and other Derivatives, terceira edição
² Baseado em Brealey, Richard e Stewart Myers. Princípios de Finanças Empresariais, terceira edição

III. AS OPÇÕES REAIS

Infelizmente, em contexto de incerteza a regra do valor presente líquido não pode ser utilizada para realizar o cronograma de investimentos. Na realidade, pode-se comparar a oportunidade de investir em um projeto com valor presente positivo, com uma opção de compra “em dinheiro”. Assim, a escolha do momento ótimo para o investimento é equivalente a exercer uma opção *call* no seu melhor momento. Se o investimento for do tipo “agora ou nunca” isto equivale a uma opção de compra prestes a expirar. Assim, se o valor presente for positivo, este será a receita da *call* mas, se for negativo a receita da opção será zero, pois nesse caso a empresa não realizará o investimento. Este tipo de investimento é ilustrado pelo gráfico abaixo (linha contínua). Já no caso de um investimento adiável, mesmo que o projeto apresente valor presente negativo, caso venha a ser implementado hoje, a sua opção *call* terá algum valor devido a volatilidade do mercado. Este é caso representado pela linha tracejada no gráfico abaixo. Desta forma, “quanto maior a incerteza e o tempo remanescente de vida do projeto, maior é o incentivo para adiar” pois novas informações que tornem o projeto menos incerto podem aparecer e, semelhante a opção, quanto maior o prazo para maturidade maior o leque de possibilidades em questão.



Além da opção real de escolha do momento ótimo para o investimento, também pode-se considerar outros tipos. Um deles é a opção de expandir. Se as condições do mercado tornarem-se mais favoráveis do que o esperado, pode-se expandir a taxa ou aumentar a escala de produção, provavelmente incorrendo em algum custo adicional. Isto é similar a compra de uma opção *call* que adquire uma parte adicional de um projeto. Por exemplo quando uma firma está comprando novos terrenos ou construindo novas instalações está se posicionando para tirar vantagem de condições favoráveis do mercado. Da mesma forma, existe a opção de contrair. Se as condições de mercado aparentam ser piores do que a esperada originalmente, pode-se operar abaixo da capacidade ou até mesmo reduzir a escala de produção. Ela é similar a uma opção *put*. Esta opção é particularmente valiosa no caso da introdução de novos produtos em mercados incertos.²

Cada estágio da construção pode ser visto ainda como uma opção no valor dos estágios subsequentes, incorrendo em um custo necessário para o procedimento do próximo estágio. Desta forma podem ser valorizadas considerando opções compostas (a opção da opção). Nas indústrias do tipo capital intensivo esse tipo de opção é extremamente valiosa. Outro exemplo de opção real seria a opção de acabar e recomeçar operações. Se, por exemplo, os lucros não são suficientes para cobrir os custos variáveis, talvez seja melhor para a firma não operar temporariamente até que os preços subam o suficiente quando então a produção será recomeçada. Assim a produção em cada ano é similar a uma opção *call* para adquirir os lucros desse ano pagando os custos variáveis de produzir como o preço de exercício. O outro tipo é a opção de abandono. “A opção de abandonar um projeto proporciona um seguro parcial contra o fracasso. Se as condições do mercado são adversas ou a produção está declinando não

há necessidade de continuar incorrendo em custos fixos. Ao contrário, o projeto pode ser abandonado permanentemente em troca da receita da revenda do capital e de outros ativos no mercado. Isto é similar a uma opção *put* onde o preço de exercício da opção de venda é o valor dos ativos do projeto se vendidos ou desviados para uso melhor”.²

Quando uma firma apresenta diversas formas de produzir através da utilização de insumos diversos, ou diferentes produtos à serem produzidos, ela apresenta a opção de troca entre os insumos a serem utilizados ou entre os produtos a serem produzidos. A escolha será tal que maximizará o lucro da firma conforme os preços relativos dos produtos e insumos variam ao longo do tempo. Por último e, talvez a mais importante de todas as opções reais é a opção de crescimento. Muitas vezes um projeto inicial que à primeira vista parece não atrativo pode apresentar um importante valor estratégico. A questão é que o verdadeiro valor desses projetos não surgem da mensuração direta do seu valor presente líquido mas da oportunidade de crescimento futuro que ele traz. Frequentemente esses projetos iniciais apresentam inclusive um valor presente líquido negativo o qual seria certamente recusado segundo a análise padrão tradicional. Entretanto, nota-se somente a miopia desse tipo de análise ao levar-se em conta os valiosos fluxos futuros que podem ser oriundos desse projeto inicial. Esse tipo de análise ganha maior importância em firmas que operam com alta tecnologia ou em aquisições estratégicas.²

Quando se fala em obrigações e ações ordinárias os investidores desses títulos são necessariamente passivos, isto é, nada podem fazer para melhorar a taxa de juros que os remunera ou os dividendos que recebem. Já no caso dos ativos reais, os investidores podem acrescentar valor aos seus ativos, reagindo à alterações do ambiente seja para aproveitar ganhos, seja para atenuar perdas. O método tradicional do valor presente não

leva em consideração este valor adicional pois trata a empresa como um investidor passivo.²

Desta forma o fluxo de caixa tradicional normalmente subestima as oportunidades de investimento como será demonstrado posteriormente, levando a decisões míopes, investimentos menores do que o necessário e eventualmente perda de competitividade pois ignoram ou não levam em conta apropriadamente importantes considerações estratégicas como as que foram enumeradas anteriormente. Na realidade, a análise de projetos envolvem ao mesmo tempo várias opções reais que podem interagir entre si e estas opções reais possuem o potencial de fazer uma diferença significativa na área de competição e estratégia.¹

¹ Baseado em Brealey, Richard Myers: Princípios de Finanças Empresariais

² Baseado em Trigeorgis, Lenos: Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation

IV- A TEORIA TRADICIONAL DO VALOR PRESENTE LÍQUIDO E SUAS MODIFICAÇÕES

O objetivo financeiro de um indivíduo deve ser o de maximizar a sua utilidade intertemporal escolhendo as cestas de consumo e investimento que melhor atendem as suas preferências. Desta forma, o objetivo financeiro da firma deve ser o de ajudar os seus donos a alcançar esse valor máximo. Em um mercado de capitais completo e perfeito, os indivíduos são capazes de emprestar, tomar emprestado, comprar ou vender no mercado o montante necessário para ajustar o seu fluxo de renda ao desejado. Desta forma, a condição necessária para a maximização dos indivíduos ocorrer deve ser consistente com a maximização do valor de mercado das ações da firma. O valor de mercado das ações derivam dos dividendos que a firma espera receber ao longo do tempo o que pode ser representado no fluxo de caixa.¹

Em um contexto de certeza, o valor presente líquido é a única forma disponível atualmente que corretamente avalia os fluxos da firma, ajudando a alcançar o objetivo de maximização. Considerando que as preferências dos indivíduos entre o consumo presente e futuro são convexas e monotônicas limitadas pelas oportunidades de investimento produtivo, isto é, as oportunidades de investimento que realmente poderão ser transformadas em consumo futuro, e as oportunidades do mercado tais como tomar emprestado e emprestar podemos verificar no gráfico abaixo que cada indivíduo pode alcançar seu nível máximo de satisfação através de dois passos. O primeiro passo é que, independente das preferências individuais o montante de investimento que deve ser escolhido é que aquele onde a linha de oportunidade de mercado MM' tangência a

curva de oportunidade de produtividade PP' (que mostra as quantidades disponíveis de consumo corrente e futuro disponíveis levando-se em conta os investimentos produtivos). Este seria o caso do ponto A no gráfico abaixo. O segundo passo seria a decisão financeira ou de mercado, onde cada indivíduo seguindo as suas preferências individuais e partindo do ponto A pode emprestar ou tomar emprestado no mercado de forma a alcançar o montante de consumo presente e futuro desejado e, movendo-se assim ao longo da linha MM' . O valor presente líquido é a diferença entre o valor presente da renda futura, descontada a taxa de juros do custo de oportunidade do capital (o que pode ser representado pela linha IM no gráfico abaixo), e o custo do investimento (o que pode ser representado pela linha IP). Assim, o bem estar é maximizado ao maximizar o VPL do investimento total. Como eles são aditivos qualquer projeto aceito com VPL positivo aumenta o VPL do investimento total.¹ Desta forma, sendo:

I = custo do investimento

C_t = fluxo de capital no ano T (que ocorrerá com certeza)

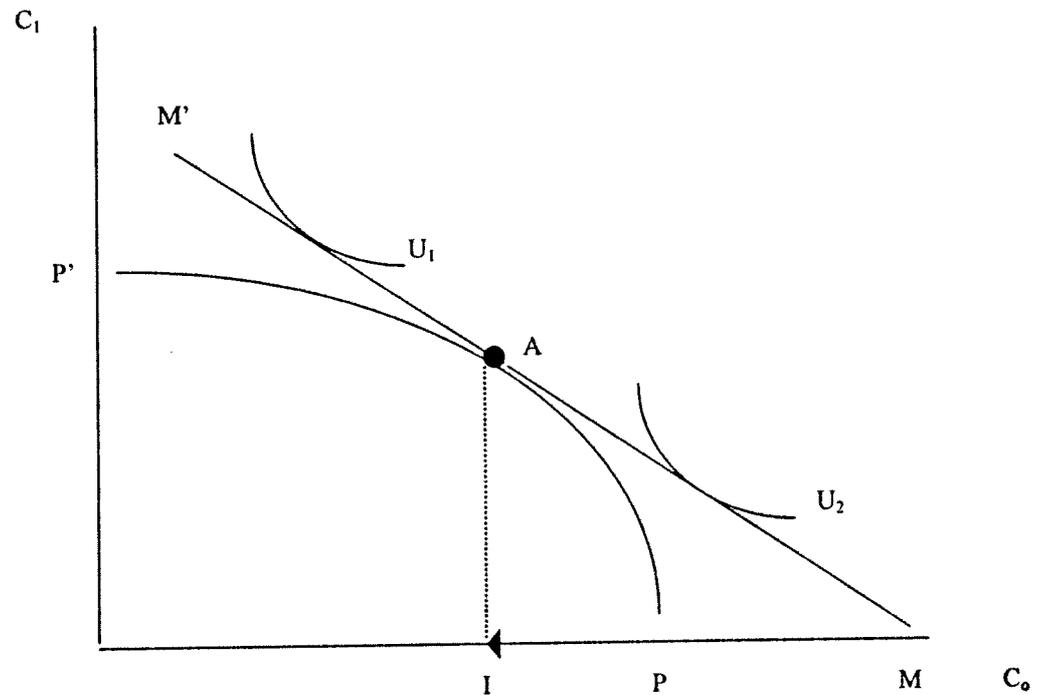
r = taxa de desconto do projeto (custo de oportunidade do capital)

$$VPL = -I + C_t / (1+r)^t$$

Se uma série de pagamentos O_t forem necessárias, subtrai-se o valor presente dessas saídas ao valor presente das entradas de capital para calcular-se o VPL do projeto. Pode-se ainda, em um caso mais genérico encontrar-se diferentes taxas de desconto variando de período para período e a forma genérica para o VPL seria portanto¹:

$$VPL = \left\{ \sum_{t=1}^T C_t / [(1+r_1) \dots (1+r_t)] \right\} - \left\{ \sum_{t=1}^T O_t / [(1+r_1) \dots (1+r_t)] \right\}$$

Gráfico 2 - Valor presente líquido



No entanto, ao levar-se em conta a incerteza presente na maioria das situações reais, permitindo que exista algum risco quanto aos fluxos futuros, a estimativa dos mesmos torna-se sujeita a erros e imperfeições, uma vez que não pode mais ser corretamente prevista. Desta forma, tanto o risco como a atitude dos investidores em relação ao mesmo deve ser levada em conta na utilização do critério tradicional de VPL. Agora, para cada ano será usado um “montante equivalente certo” \hat{c}_t , que apresenta o mesmo valor presente que o fluxo incerto do mesmo ano. Sendo $E(c_t)$ a expectativa de fluxo de caixa no ano t , e k o custo de oportunidade do capital ou a taxa de desconto ajustada ao risco, o VPL sob incerteza passa a ser:¹

$$VPL = \sum_{t=1}^T \hat{c}_t / (1+r)^t - I \text{ onde } VP = \hat{c}_t / (1+r)^t = E(c_t) / (1+k)^t$$

Definindo prêmio de risco como a expectativa do fluxo menos o “montante equivalente certo”, tem-se que: $\rho_t \equiv E(c_t) - \hat{c}_t$. Supondo ainda que o “montante equivalente certo” pode ser expresso como uma proporção do fluxo de caixa esperado, $\hat{c}_t = \alpha_t E(c_t)$ onde α_t é denominado como coeficiente de equivalência de certeza (*certainty-equivalent coefficient*) a fórmula para o VPL modificado levando-se em conta a incerteza passa a ser¹:

$$VPL = \sum_{t=1}^T \alpha_t E(c_t) / (1+r)^t - I$$

Com a utilização do coeficiente de equivalência de certeza que ajusta o VPL à incerteza presente no fluxo, permite-se a utilização da taxa de juros sem risco como a taxa de desconto do projeto. Supondo ainda que o prêmio de risco cresce a uma taxa constante s como uma proporção do fluxo de caixa de cada período o que pode ser descrito pela equação¹:

$$\rho_t = E(c_t) (1 - e^{-st})$$

Pode-se ainda definir s como, $s \equiv p'/(1+r)$ onde p' é uma medida do prêmio de risco incremental requerido por período. Após algumas substituições e desenvolvimentos matemáticos simples chega-se a seguinte equivalência¹:

$$\hat{c}_t / (1+r)^t = E(c_t) / (1+r+p')^t$$

Donde pode-se concluir que a taxa de desconto ajustada ao risco k , pode ser vista como a soma entre a taxa de juros sem risco r e um desconto prêmio de risco p' , usado para compensar o risco associado ao projeto e, desta forma tem-se que: $k \equiv r+p'$. No entanto deve-se notar que o desconto de prêmio de risco associado a cada período foi

assumido como constante. Quando assumimos qual a mesma taxa de desconto k é utilizada para toda a vida do projeto não estamos levando em consideração que o risco do próprio projeto pode variar ao longo do tempo. No entanto, este problema pode ser resolvido levando-se em conta diferentes taxas de desconto ajustadas ao risco para cada período.¹

Quando o projeto possui as mesmas características de risco do que toda a firma pode-se utilizar a média ponderada do custo de capital (WACC) como a taxa de desconto do projeto. No entanto, quando o projeto apresentar um risco diferente do risco médio ele deve ser descontado com uma taxa diferente do WACC, sendo que, quanto maior o risco, maior a taxa de desconto requerida. Uma boa forma de se determinar a taxa de desconto a ser utilizada é através do CAPM (capital asset pricing model), um modelo tradicionalmente usado em finanças que relaciona risco ao seu retorno requerido. A seguir, este modelo será demonstrado em linhas gerais sem se deter em maiores detalhes.¹

O risco total de um ativo segundo esse modelo pode ser decomposto em duas partes: o risco sistemático, de mercado ou não diversificável e o risco não diversificável ou não sistemático. O primeiro corresponde ao risco trazido pelas forças econômicas, pelo mercado, estando fora do controle da firma e sendo portanto não diversificável. O segundo está relacionado ao risco único ou específico da própria firma, o qual pode ser eliminado através da diversificação. O risco pode ser diversificado quando, um investidor, ao deter um *portfolio* que contém diversos tipos de ativos, adiciona a esse *portfolio* novos ativos que estejam negativamente correlacionados com alguns dos ativos que compunham o *portfolio* original. Desta forma, ao adicionar esses novos ativos o risco total do *portfolio* foi reduzido. Por esta razão, normalmente o risco mais

relevante de um ativo não é o seu risco individual (sua variância), mas a contribuição desse ativo no risco total do *portfolio* (sua covariância). Como o risco sistemático pode ser eliminado através da diversificação, o único risco relevante que demanda um maior retorno é o risco sistemático. Assim, assumindo as seguintes hipóteses:¹

- Os investidores são racionais, isto é, possuem como objetivo a maximização das suas utilidades esperadas;
- Os investidores são avessos ao risco e diversificam seus *portfolios* eficientemente;
- Os investidores possuem expectativas homogêneas;
- Existe uma taxa de juros sem risco r_f , a qual os investidores podem emprestar ou tomar emprestado qualquer montante que desejarem;
- Não existem impostos ou custos de transações, e o custo de falência é negligenciável. Além disso a informação está livremente disponível para os investidores sem qualquer custo adicional;
- Todos os ativos são perfeitamente divisíveis e líquidos;
- O mercado é perfeitamente competitivo tal que os investidores são tomadores de preço, isto é, acreditam que não possuem forças para modificar o preço de qualquer ativo individualmente

O modelo CAPM demonstra que o retorno requerido pelos investidores, necessário para compensar o risco sistemático que não pode ser eliminado, é uma função linear da

contribuição marginal do ativo para o risco total do *portfolio*, o que pode ser expresso pelo β . Este último pode ser descrito como¹:

$$\beta = \text{cov}(r_j, r_m) / \text{var}(r_m)$$

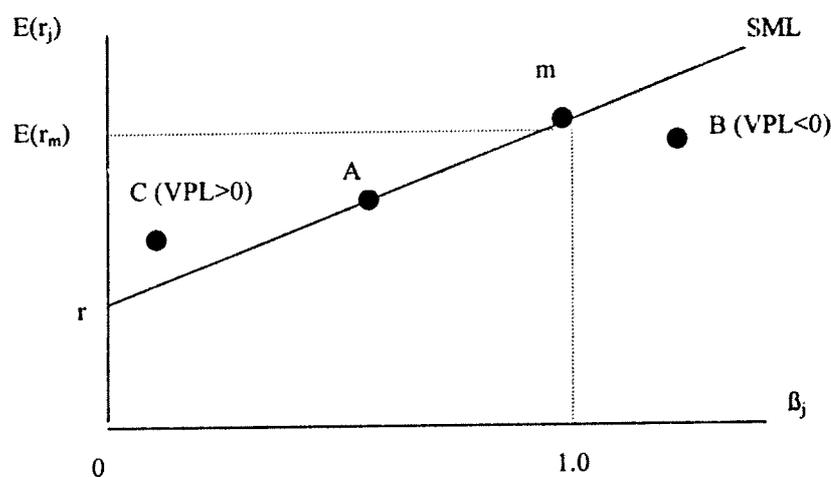
Onde r_j é o retorno de um ativo j durante um determinado período e r_m o retorno do mercado durante esse mesmo período. Logo, o β é uma medida da sensibilidade do retorno do ativo para uma dada variação no retorno do mercado. Assim, conhecendo-se o β , a equação básica que resume o modelo CAPM pode ser descrita como:

$$E(r_j) = r + \beta_j [E(r_m) - r]$$

Segundo o modelo, o retorno requerido para um determinado ativo j , é igual a soma da taxa sem risco (esta é incluída devido a premissa de que os investidores podem emprestar e tomar emprestado a uma taxa de juros sem risco) e o prêmio de risco esperado do mercado, cujo grau de importância depende da sensibilidade do ativo as variações no mercado (β). Desta forma, para ativos que não apresentam risco sistemático ($\beta_j=0$), os investidores demandam um retorno similar ao da taxa sem risco r . Para ativos que apresentam um risco igual a média de risco do mercado ($\beta_j=1$), o retorno deve ser similar ao retorno do mercado r_m . Esta relação linear entre o retorno requerido por um ativo e o risco desse ativo (medido pelo β) pode ser representado graficamente por uma linha reta positivamente inclinada, uma vez que um risco maior demanda um retorno maior, conhecida como SML (*security market line*). No equilíbrio, todos os ativos devem ser representados como combinações ao longo da SML. Assim qualquer projeto que encontra-se sobre a SML como é o caso do projeto A no gráfico abaixo, apresenta exatamente o retorno requerido pelos investidores. Para projetos

situados abaixo da SML, como por exemplo o projeto B, apresenta um retorno inferior ao requerido pelos investidores para tal nível de risco sistemático sendo, portanto, provavelmente rejeitado. Por outro lado, projetos como C, apresentam um retorno superior ao exigido pelos investidores sendo, portanto, provavelmente aceito.

Gráfico 3 - CAPM (capital asset pricing model)



Fazendo a analogia do modelo CAPM com a teoria do valor presente líquido, pode-se concluir que projetos com VPL positivos podem, no curto prazo, encontrarem-se acima da SML enquanto a firma consegue tirar proveito de alguma vantagem competitiva. No entanto, no longo prazo, conforme esta vantagem competitiva se esgota, as forças de mercado tendem a reduzir esse excesso de retorno empurrando o projeto em questão, em direção a SML. Desta forma, pode-se utilizar a fórmula para o valor presente líquido modificada levando-se em conta a incerteza (através da forma de equivalência de certeza), utilizando a taxa de desconto determinada pelo CAPM desde que todos os parâmetros envolvidos sejam não estocásticos. É importante observar no entanto, que o modelo CAPM é desenvolvido para apenas um período. Levando-se em conta vários períodos no modelo CAPM e, excluindo-se a possibilidade de um gerenciamento flexível (excluindo portanto as opções reais) poderia ser razoável

admitir que uma única taxa de desconto seja utilizada se levar-se em conta que a incerteza básica do modelo neste caso advém de mudanças de expectativas no fluxo de caixa pelos investidores. Assim, admitir que as atividades da firma manterão o mesmo rumo que vinham assumindo sob esse gerenciamento passivo e, portanto, que cada período apresenta a mesma taxa de desconto é extremamente razoável. No entanto, na presença de um gerenciamento flexível, a natureza do risco se modifica invalidando o uso de uma taxa de desconto constante para todos os períodos. Além disso, mesmo na ausência de opções reais, os betas dos ativos, salvo algumas exceções, são bastante instáveis ao longo do tempo o que torna o cálculo de um valor preciso extremamente improvável.¹

A teoria tradicional do valor presente líquido não é portanto, a forma mais adequada para analisar situações que envolvem incerteza e um gerenciamento flexível que atua de forma ativa frente as incertezas, mesmo levando-se em conta a sua forma modificada que utiliza o conceito de equivalência de certeza. Como normalmente serão feitas análises que envolvem diversos períodos a primeira dificuldade surge com a escolha da taxa de desconto correta para cada período. A utilização de uma taxa de desconto constante, como foi feito no caso de sua determinação pelo modelo CAPM, ou a adoção da hipótese de que ela cresce a uma taxa constante ao longo do tempo, são demasiadamente simplistas podendo levar a conclusões erradas. Em segunda lugar, na presença de opções reais como por exemplo a opção de abandonar o projeto, adiar e outras mais, conforme discutido no capítulo anterior, a utilização da teoria tradicional do valor presente líquido leva a uma subestimação do projeto, muitas vezes induzindo a rejeição de projetos que na verdade apresentam um importante valor estratégico que não consegue ser capturado por esta teoria. Outras teorias paralelas tais como a análise sensitiva (um processo que envolve a determinação das variáveis primárias básicas em

um projeto e o impacto que uma dada variação em uma dessas variáveis causa no VPL), simulação (técnica que utiliza a repetição amostral da distribuição de probabilidades de cada uma das variáveis primárias cruciais) e árvores de decisão também tentam solucionar o problema da análise de projetos sob incerteza. No entanto não conseguem, da mesma forma que a teoria do valor presente líquido, chegar a soluções consistentes. O problema surge do fato de que todas as teorias que se baseiam na análise do fluxo de caixa descontado ignoram a possibilidade de um gerenciamento flexível, que atua frente a condições adversas seja tentando minimizar as perdas, seja maximizando os ganhos. Logo, necessita-se da análise do investimento sob a ótica do mercado de opções, utilizando os métodos de valorização das mesmas para que questões como análise de um projeto em condições de incerteza que envolve um gerenciamento ativo e flexível sejam corretamente estudadas. E será justamente esta aplicação do modelo de opções para análise de diversas situações que envolvem opções reais que passaremos a analisar nos capítulos que se seguem.¹

¹ Baseado em Trigeorgis, Lenos: Real Options, Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation

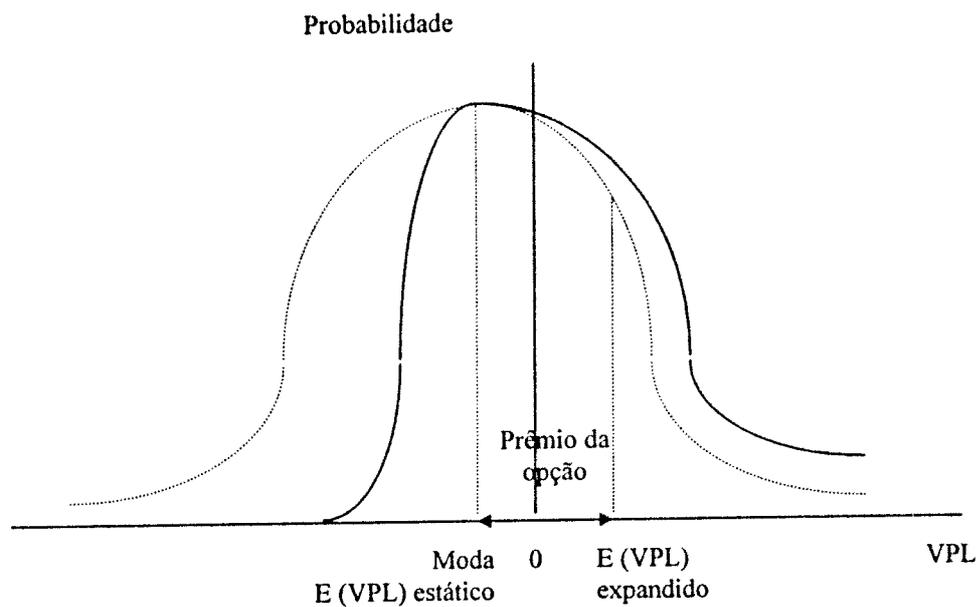
IV. APLICAÇÃO DO MODELO DE OPÇÕES REAIS PARA O INVESTIMENTO

Na realidade várias são as incertezas presentes na análise de qualquer projeto por mais simples que seja. Desta forma é extremamente difícil que os gerentes e investidores mantenham constantes suas expectativas em relação aos fluxos de caixa futuros. Novas informações são adquiridas com o passar do tempo e desta forma os indivíduos estarão a todo tempo revendo sua expectativas. No entanto, não é de se esperar que eles simplesmente revisem suas expectativas sem tomar qualquer atitude em relação as mesmas. Um gerenciamento flexível que se adapta as novas condições não só é importante para um melhor posicionamento da firma como pode ser a causa de sua falência caso seja ignorado.

A introdução de um gerenciamento flexível na análise de projetos introduz uma assimetria na distribuição de probabilidades do VPL que expande o real valor da oportunidade de investimento aumentando seu potencial de ganhos e limitando suas chances de perda. Na ausência de um gerenciamento flexível, a distribuição de probabilidades do VPL apresenta-se razoavelmente simétrica como pode ser observado no gráfico abaixo. Neste caso o valor esperado do VPL coincide com a moda da distribuição. No entanto, ao introduzir-se a possibilidade de um gerenciamento flexível, ele aumenta o potencial do projeto, uma vez que este passa a estar melhor preparado para reagir a condições adversas, introduzindo uma assimetria na distribuição original de probabilidades. O verdadeiro valor esperado de tal distribuição excede a sua moda por um chamado prêmio de opção, como pode ser observado abaixo. Devido a

introdução desta assimetria, necessita-se de uma expansão do valor presente líquido tradicional tal que:¹

Valor presente líquido expandido (VPL*) = VPL (estático, passivo) + prêmio de opção
(originado do gerenciamento flexível)



Assim como o detentor de uma opção call americana, o detentor de uma oportunidade de um investimento discricionário tem o direito mas não a obrigação de obter o valor presente do fluxo de caixa gerado por tal investimento exercendo o mesmo. Desta forma, podemos fazer uma comparação direta de qualquer situação de investimento com a teoria das opções. Em primeiro lugar pode-se considerar o valor presente do fluxo de caixa como o valor corrente da ação. O custo do investimento seria o preço de exercício. O tempo decorrente até que a oportunidade de investimento desapareça por completo é análogo ao tempo de expiração da opção. Assim como a ação, o investimento também possui uma incerteza que poderá ser a mesma para ambos. Por fim a taxa de juros sem risco é a mesma para ambos.¹

A analogia das opções com a teoria tradicional do valor presente líquido torna-se correta desde que existam substitutos suficientes para opção pois, dados os preços dos ativos similares as opções reais, estas podem ser replicadas através de um determinado montante dessas ações, enquanto financia-se alguma parte tomando dinheiro emprestado à taxa de juros sem risco. Como no equilíbrio é necessário que todas as possibilidades de arbitragem tenham sido esgotadas, o valor de equilíbrio da ação é determinado por esta replica desde que não existam mais oportunidades de arbitragem. Feitas estas considerações, pode-se considerar por exemplo uma opção de expandir a escala de um projeto fazendo um investimento adicional I_a como opção *call* com preço de exercício I_a . Da mesma forma, pode-se considerar a opção de contrair a escala de um projeto com a poupança no investimento no montante I_s como uma opção *put* com preço de exercício I_s . Igualmente, como existe a opção de parar temporariamente a produção em qualquer período do ano caso os retornos não estejam sendo satisfatórios, pode-se compreender a produção de cada ano como uma opção *call* nos lucros de cada ano, utilizando o custo variável de produção como o preço de exercício da opção. Outra analogia que pode ser realizada, é da opção de trocar ou abandonar um projeto pelo seu valor de revenda com uma opção *put* no valor da oportunidade, tendo a melhor alternativa de uso do projeto como o preço de exercício da opção. A opção de abandonar um projeto pode ser vista como opção *call* composta ou como uma opção *put*. E, por fim, se várias opções reais encontram-se simultaneamente em uma mesma oportunidade de investimento, este pode ser visto como um *portfolio* de opções *call* e *put*.¹

Apesar de todos os benefícios trazidos pela utilização do modelo de precificação de opções para a análise de investimento que contém opções reais, infelizmente existem algumas limitações na utilização desta teoria uma vez que apesar de as opções reais e

as opções ordinárias serem extremamente similares, elas apresentam algumas diferenças significantes. A primeira limitação identificada reside no fato de que as opções reais, tal como a maioria dos projetos de investimento, não são comerciáveis assim como o são as opções ordinárias. Algumas opções reais proprietárias (*proprietary*), isto é, que não precisam ser divididas e designam a seu detentor o direito exclusivo de decidir se e quando deve exercer a opção, podem ser comercializadas mas, provavelmente com custos substanciais. Estas opções normalmente não apresentam substitutos próximos, não havendo competidores. Investimentos com grandes barreiras para a entrada de novos competidores no mercado, a patente para o desenvolvimento de um produto que não apresenta substitutos próximos são exemplos de opções proprietárias. Já as opções reais comuns (*shared*), isto é, que são divididas entre toda a indústria, não podem ser comercializadas uma vez que são um bem público de toda a empresa. Outra diferença significativa entre as opções reais e as ordinárias reside no fato de que as opções ordinárias são simples, isto é, o seu preço de exercício é derivado totalmente do montante recebido pelas ações. Já no caso das opções reais, apesar de algumas serem simples outras são compostas, isto é, são opções nas opções. Estas opções, diferentes das simples, não podem ser vistas como independentes mas, como parte de vários projetos interrelacionados.¹

Logo, uma nova classificação dos projetos pode ser feita. Para tanto, pode-se dividir os problemas de decisão enfrentados por um gerenciamento flexível em dois tipos básicos: jogos contra a natureza, onde o problema reside na otimização dos valores dos fluxos de caixa frente a perturbações estocásticas e, jogos estratégicos contra competição, onde o problema reside em como melhor enfrentar a competição levando-se em conta como os competidores reagirão a esta atitude.¹

A teoria tradicional do valor presente líquido pode ser utilizada corretamente para a resolução de problemas do primeiro tipo, jogos contra a natureza, desde que considere-se um gerenciamento passivo. No entanto, em uma ambiente de incerteza onde a natureza pode jogar afetando as oportunidades de investimento, um gerenciamento flexível utiliza-se da possibilidade de adiar o investimento para aproveitar as oportunidades favoráveis ou para fugir de situações adversas. Desta forma, levando-se em consideração a possibilidade de adiar, a oportunidade de investimento pode ser vista como uma opção *call* e, utilizando a fórmula de Black-Scholes apresentada no capítulo dois (página 13), ajustada para o pagamento de dividendos (δ), o valor deste investimento pode ser expresso como¹:

$$C(P, \text{Var}(R_e), EX) = Pe^{-\delta t} N(d_1) - EXe^{-r_f t} N(d_2)$$

Neste caso, podemos considerar P como o valor presente do fluxo de caixa e EX o custo do investimento. Percebe-se, facilmente, que o valor da oportunidade de adiar o projeto excede o VPL tradicional ($P - EX$) pelo valor da flexibilidade de adiar o projeto. Assim, projetos que anteriormente eram considerados indesejáveis, levando-se em conta apenas a teoria tradicional do VPL, podem tornar-se atrativos ao se considerar também a opção de adiamento.

Existem também investimentos que podem ser vistos como opções compostas. Este é o caso de intraprojetos, isto é, uma série de projetos consecutivos, todos partes de um projeto maior, onde o custo de instalação de um desses projetos representa o preço de exercício da opção de continuar operando o projeto maior até que um novo custo de instalação surja. Desta forma, como várias etapas, cada qual representando um pequeno projeto, são necessárias para que o projeto maior seja concluído, levando-se em

consideração um gerenciamento flexível, cada etapa representa uma decisão, tendo em vista sempre que cada um desses projetos valem não somente pelo seu valor individual mas, principalmente, como uma peça necessária para a realização do grande projeto. A teoria tradicional do VPL, que compreende os intraprojetos como um fluxo de pagamentos necessários para a realização do projeto maior, calculando assim o valor presente do fluxo e, considerando este valor como o custo de investimento do projeto, claramente subestima este valor, por não levar em consideração que em cada um desses intraprojetos várias decisões podem ser tomadas que afetarão as demais etapas e o projeto maior como um todo.¹

Existem ainda os projetos interdependentes. Assim, um primeiro projeto é pré-requisito para a realização de um projeto subsequente. Ao contrário dos intraprojetos, neste caso cada projeto é necessário para o início de um novo projeto e não para a continuação do mesmo. Novamente, a teoria tradicional do VPL poderia induzir a conclusões erradas, pois existem projetos que possuem um VPL negativo, no entanto, apresentam um importante valor estratégico, por serem necessários para a realização de outro projeto extremamente valioso.¹

Passando agora para o segundo problema, se a firma tomar a competição como exógena, ela estará novamente enfrentando um problema de otimização e deve portanto, incorporar o impacto desta competição na sua decisão de investimento. Todavia, se as decisões de investimento dos competidores influenciam uma ao outro, então existe uma situação de competição estratégica. Para a análise deste tipo de situação utiliza-se a teoria de precificação de opções juntamente com teoria dos jogos. Assim, supondo que no mercado de determinado produto, existe um duopólio formado

pelas firmas A e B, onde a oportunidade de investir advém do equilíbrio de um jogo simultâneo, as seguintes quatro situações básicas podem ser reconhecidas:¹

- Ambas as firmas investem e o jogo termina;
- Ambas as firmas decidem adiar a decisão de investimento, a natureza move e o jogo é repetido;
- A firma A investe primeiro, a natureza move e a firma B decide então entre investir logo ou adiar a decisão;
- A firma B investe primeiro, a natureza move e a firma A decide então entre investir logo ou adiar a decisão.

Estas várias ações possíveis representam os *payoffs* de uma árvore de decisão cada qual representando a renda de equilíbrio de uma estrutura de mercado diferente. Por exemplo, quando ambas as firmas decidem investir em um mesmo período atinge-se um equilíbrio de Nash, isto é, cada firma faz o seu melhor dado o que a outra firma fez. Assim, a solução de Nash encontra-se na interseção das funções de reação de cada firma. Já quando uma firma investe primeiro e o seu competidor depois, tem-se um equilíbrio de Stackelberg onde a firma que investiu primeiro é a líder e a firma que investe depois é a seguidora. Esta última, toma a quantidade escolhida pela líder como dada, e produz segundo sua função de reação. A firma líder então, incorpora a reação da seguidora e toma sua decisão. O equilíbrio de Stackelberg corresponde a um lucro maior do que o do equilíbrio de Nash. Existe ainda o caso do monopólio quando a firma líder posiciona-se de tal forma que torna-se não lucrativo para a seguidora investir, detendo assim a entrada de concorrentes no seu mercado. A situação de monopólio

apresenta um lucro maior do que das situações de Nash e Stackelberg. Ainda, se ambas as firmas decidem abandonar o projeto, o valor do investimento será zero para ambas. Em um contexto de competitividade, o critério do VPL pode ser realizado como:¹

$$\text{Valor presente líquido expandido (VPL*)} = \underbrace{[\text{VPL (passivo, direto)} + \text{valor estratégico}]}_{\text{Valor de comprometimento}} + \text{valor da flexibilidade}$$

O valor estratégico pode ser positivo ou negativo dependendo das características do mercado, do projeto e da habilidade da firma de se apropriar dos benefícios do investimento estratégico. Além disso, a decisão a ser tomada dependerá não somente do efeito direto que ela produz na própria firma mas, também, do impacto desta decisão na escolha ótima do competidor e o resultante impacto indireto desta escolha no valor do próprio lucro da firma A. Desta forma, o valor do comprometimento pode ser vislumbrado da seguinte forma:¹

$$\text{Efeito de comprometimento} = \text{Efeito direto} + \text{efeito estratégico}$$

O sinal do efeito estratégico depende de quando o investimento é *proprietary* ou comum (beneficia a competição) e de quando as ações dos competidores são recíprocas (complementares) ou contrárias (substitutas). Reações contrárias envolvem curvas de reação negativamente inclinadas e reações recíprocas envolvem curvas de reação positivamente inclinadas. Quando a reação é contrária o competidor realiza a ação oposta ao do líder. Quando são recíprocas ambas as firmas tomam as mesmas atitudes. É o caso por exemplo, de uma guerra de preços onde caso uma das firmas reduza o seu preço, a outra também terá que reduzir para não perder mercado.¹

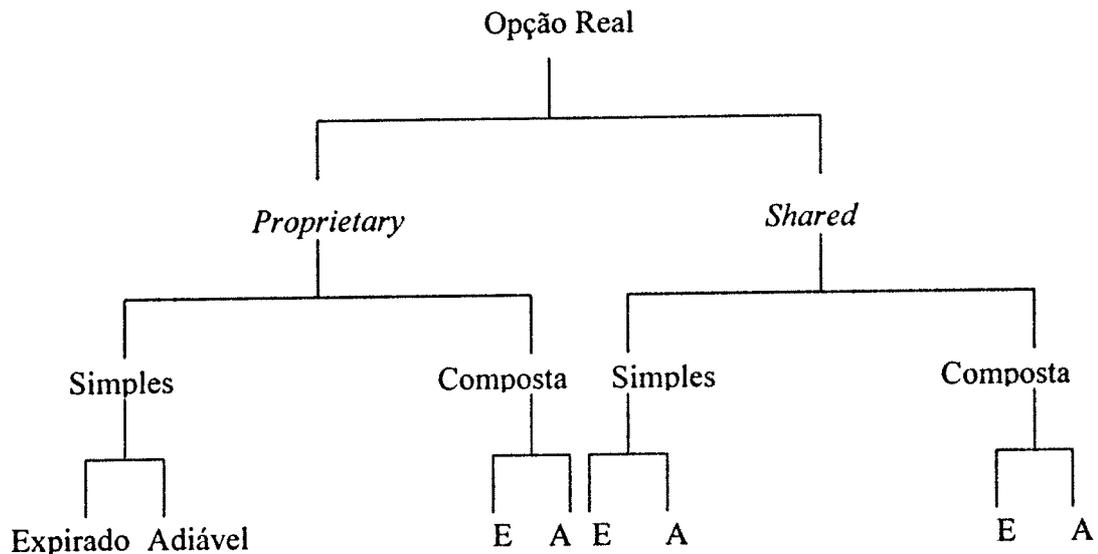
Dependendo, portanto da natureza da reação do competidor e do tipo de investimento, diferentes estruturas de mercado (como as exemplificadas acima) podem aparecer levando a diferentes estratégias competitivas ótimas. Por exemplo, sob competição contrária o competidor pode tirar vantagem do potencial da firma pioneira de tomar uma posição de acomodação e capturar os benefícios divisíveis de uma estratégia comum de investimento. Desta forma, para a primeira firma é melhor não investir neste projeto estratégico para não possibilitar a criação de valor para o competidor. Ao contrário, a firma pioneira deve manter uma postura ofensiva via uma opção flexível de esperar para investir em futuras oportunidades de crescimento. Assim, se a demanda crescer ambas as firmas podem investir simultaneamente e um equilíbrio de Nash pode ocorrer. Já no caso de um investimento *proprietary* com uma competição recíproca, caso a firma pioneira opte por uma estratégia ofensiva, isto pode criar uma grande rivalidade entre os competidores. Para prevenir este tipo situação, a melhor decisão a ser tomada por esta firma é permanecer inofensiva e assim, se a demanda crescer ambas as firmas podem tirar proveito resultando em um equilíbrio de Nash também. Outro caso seria de uma estratégia inofensiva com benefícios divisíveis e tendo o competidor uma atitude recíproca, ambas as firmas estarão melhores se entrarem em um acordo e por exemplo, cobrarem simultaneamente preços altos, ao invés de entrarem em uma guerra de preços, obtendo assim lucros maiores. No quadro abaixo estão resumidas as diferentes combinações de tipos de investimento e atitudes dos competidores e quais são as melhores estratégias a serem tomadas em cada situação:¹

		COMPETIDORA	
		Contraria	Recíproca
PIONEIRA	Investimento <i>proprietary</i>	Investir (+ efeito estratégico) (lucros de monopólio ou equilíbrio de Nash)	Não investir/esperar (-efeito estratégico) (competição de preço de Nash)
	Investimento <i>shared</i>	Não investir/esperar (-efeito estratégico) (competição de Nash)	Investir (+ efeito estratégico) (colisão líder-seguidora ou competição de preço de Nash)

Segundo a teoria das opções reais, um projeto pode ser classificado como *proprietary*, *shared*, simples, composto, expirado ou adiável. Conforme já visto, se afirma possui o direito exclusivo de quando e onde investir, sem ser afetada pelos seus competidores, a oportunidade de investimento é uma opção *proprietary*. Em tal caso, existe tanto a flexibilidade de abandonar o projeto antes ou até mesmo de interromper o projeto em períodos adversos. No entanto, se o projeto é classificado como uma opção *shared*, isto é, os competidores conseguem tomar parte e se beneficiarem de algum valor do projeto. Assim, a perda no valor do projeto ocorre como resultado da competição presente neste tipo de opção é conhecida como “perda de competitividade”. Desta forma, dependendo da exclusividade do projeto podem existir diferentes opções e valores.¹

No caso de interprojetos e intraprojetos, encontra-se o caso das opções compostas onde o payoff da opção é uma outra opção. Estes investimentos não são independentes mas um elo de uma cadeia de projetos relacionados. Ao contrário, um projeto que pode ser considerado independente dos demais, é classificado como opção simples.

Por fim, projetos que necessitam de uma decisão imediata de aceitação ou rejeição são expirados enquanto projetos que podem ser adiados são classificados como adiáveis. Abaixo estão resumidas de forma esquemática todas as classificações possíveis de um projeto segundo a teoria de opções reais¹:



De acordo com a classificação do projeto segundo as opções reais pode-se obter os seguintes valores:

- Projeto P. S. E. (*proprietary*, *simples*, *expirado*) = VPL + (valor de abandono)
- Projeto S. S. E. (*shared*, *simples*, *expirado*) = VPL - (perda de competitividade)
- Projeto P. S. A. (*proprietary*, *simples*, *adiável*) = VPL + (valor do adiamento) + (valor do abandono)

- Projeto P. S. A. (*proprietary*, simples, adiável) = VPL + (valor do adiamento) + (valor do abandono)
- Projeto S. S. A. (*shared*, simples, adiável) = VPL + (valor do adiamento) - (perda de competitividade)

Obs: Quanto mais adia-se o projeto maior o valor de adiamento porém, maior também a perda de competitividade.

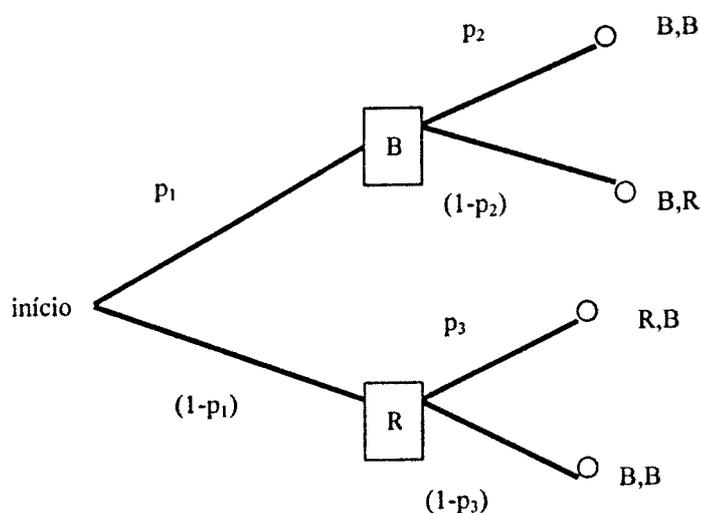
Assim, os projetos podem ser classificados segundo a teoria das opções reais de tal forma que novos valores serão encontrados, os quais são diferentes do VPL tradicional. Normalmente estes valores serão superiores aos do VPL tradicional pois, conforme visto, um gerenciamento ativo posiciona-se estrategicamente e percebe as diversas opções embutidas na oportunidade de investimento. O cálculo destas diversas opções será realizado no próximo capítulo porém, apenas seguindo uma análise discreta. Somente no capítulo oito esta análise será estendida para o caso contínuo.¹

¹ Baseado em Trigeorgis, Lenos: Real Options, Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation

VI ANÁLISE DO INVESTIMENTO EM TEMPO DISCRETO

Como foi visto, a teoria tradicional do valor presente líquido não consegue capturar o gerenciamento flexível. Este por sua vez poderia ser melhor compreendido através da análise de uma árvore de decisão. Um árvore de decisão genérica é composta por vários nódulos e probabilidades como pode ser visto no gráfico abaixo. A teoria tradicional do valor presente líquido limita-se a decisão inicial de aceitar ou rejeitar o projeto. Para tanto, ela estima o valor do projeto estimando os *payoffs* esperados e então estima o custo de oportunidade do capital ajustado ao risco. Sabe-se que tanto a estimação dos *payoffs* como da taxa de desconto são tarefas árduas.

No entanto, ao levar-se em conta o gerenciamento flexível, as decisões podem ser feitas no meio da árvore após o recebimento de alguma informação. Este seria o caso do segundo nódulo da árvore abaixo. Se uma informação ruim aparecer no final do primeiro período, pode-se decidir parar o processo sendo que o menor retorno nunca ocorrerá no segundo período. Ao contrário, se boas notícias chegarem, o processo pode continuar.



A presença da flexibilidade no entanto, muda a estrutura dos *payoffs* e as características do risco, invalidando o uso de uma taxa de desconto constante. O problema com a análise de decisão por árvore tradicional reside na ausência de uma recomendação apropriada da taxa de desconto ajustada ao risco a ser utilizada. É justamente neste ponto que o modelo de precificação de opções torna-se útil.¹ No presente capítulo esta teoria será desenvolvida através de exemplos simples que envolvem apenas dois ou três períodos. No próximo capítulo esta teoria será estendida para a análise em tempo contínuo através da utilização do modelo de Black e Scholes utilizado para valorização de opções.

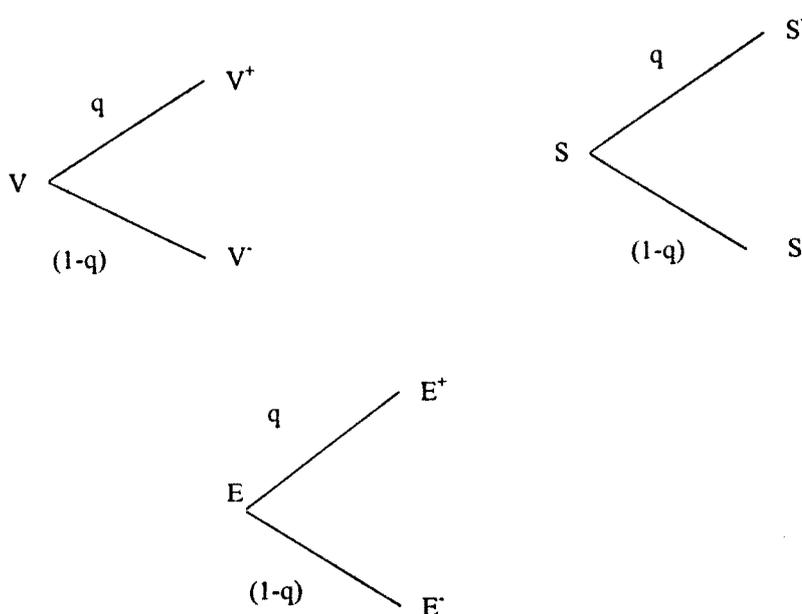
Supondo uma oportunidade de investir I_0 em um projeto, que no final do ano apresentará dois fluxos de caixa possíveis: V^+ no estado bom, com probabilidade q , e V^- no estado ruim com probabilidade $(1-q)$. Para encontrar o VPL necessita-se de mais uma informação ainda não disponível, o custo de oportunidade do capital. Como o projeto não é perfeitamente correlacionado com a firma, não se pode utilizar o custo de capital da firma como o custo de capital do projeto. Assim, supondo que um ativo similar no mercado apresente um preço corrente S_0 e que no estado bom este preço cresce por um fator u , e no estado ruim decresce por um fator d , a taxa de retorno requerida pelo mercado será:²

$$k = [E_0(S_1)/S_0 - 1] = \{[q(uS) + (1-q)(dS)]/S_0 - 1\}$$

E, desta forma, segundo a teoria tradicional do valor presente líquido desenvolvida no capítulo quatro, tem-se que:

$$VPL = [qV^+ + (1-q)V^-]/(1+k) - I_0$$

Mas, ao levar-se em conta a análise de opções, na ausência de um gerenciamento flexível, o resultado seria o mesmo que o da teoria tradicional do valor presente líquido. No exemplo dado, sendo o valor da ação do projeto representado por E, este move-se conjuntamente com S e V e por conseguinte, todo o problema poderia ser resumido de acordo com o diagrama abaixo:²



Como pode-se construir um portfolio equivalente através de N ações do ativo S, o qual pode ser parcialmente financiado através de um empréstimo de montante B tomado à taxa de juros sem risco, a ação do projeto poderia apresentar os dois seguintes *payoffs*, dependendo se encontra-se no estado bom ou ruim respectivamente:²

$$E^+ = NS^+ - (1+r)B \quad \text{e} \quad E^- = NS^- - (1+r)B$$

Achando as probabilidades ajustadas ao risco neutro (p), que permitem que os valores esperados possam ser descontados a taxa de juros sem risco o valor da oportunidade, ou o valor da ação, será:²

$$E = pE^+ + (1-p)E^- / (1+r) \text{ onde } p = (1+r)S^- / (S^+ - S^-)$$

No entanto, na presença de opções reais o valor obtido não será o mesmo encontrado pela teoria tradicional do valor presente líquido uma vez que ela ignora estas opções. Em um ambiente de incerteza a opção de adiar um projeto pode ser bastante valiosa alternado assimetricamente a estrutura dos *payoffs*. Assim, os investidores podem esperar e realizar o investimento apenas se o valor do projeto exceder os seus custos. Logo, estamos diante de uma opção *call* com um preço de exercício equivalente aos custos do investimento. Como não há qualquer obrigação em exercitar a opção, tanto quanto o investimento, o valor da opção será o máximo entre:²

$$E^+ = \max(V^+ - I_1, 0) \quad \text{e} \quad E^- = \max(V^- - I_1, 0)$$

E, desta forma, o valor expandido do VPL (VPL*), levando-se em consideração a opção de adiar o projeto, e o valor da opção de adiar o projeto propriamente dita (prêmio da opção) podem ser descritos como:²

$$E_0 = (\text{VPL}^*) = pE^+ + (1-p)E^- / (1+r) \text{ sendo, prêmio da opção} = \text{VPL}^* - \text{VPL passivo}$$

No entanto, o custo do investimento pode mudar aparecendo situações onde investir imediatamente pode ser melhor do que adiar o investimento. Este seria o caso de uma situação onde o *payoff* de investir imediatamente é ao menos tão grande quanto o custo do investimento mais o custo de oportunidade de adiar o investimento, isto é, o

custo de esperar (sacrificando o lucro imediato) é maior do que o benefício da espera (obter novas informações). Da mesma forma, o valor do investimento pode mudar aparecendo situações onde investir imediatamente ou nunca seriam ótimas. Se o valor do projeto é muito reduzido, provavelmente, mesmo em condições de incerteza onde este valor pode aumentar com o tempo, a decisão ótima será investir nunca. Por outro lado, se esse valor é muito grande talvez seja melhor investir imediatamente do que esperar, pois este valor pode reduzir com o tempo. Mas, é claro, existem situações onde esperar é o ótimo. Este seria o caso onde as incertezas sobre os retornos do projeto são grandes. Quanto maior a incerteza, maior o incentivo para esperar, especialmente quando o projeto apresenta um valor reduzido que pode crescer com o tempo. Além das incertezas sobre os retornos, também é possível encontrar incertezas sobre os custos. Existem dois tipos básicos de incertezas sobre os custos. O primeiro diz respeito a incerteza quanto aos custos dos insumos. Este tipo de incerteza é similar ao caso de incertezas sobre os retornos do projeto, tal que, adiar o projeto, muitas vezes pode trazer benefícios. O segundo tipo é a incerteza sobre a tecnologia. Este tipo particular de incerteza só pode ser resolvida através da realização do projeto, possuindo assim, um incentivo para que o projeto seja concretizado o quanto antes. Existe ainda a incerteza sobre as taxas de juros que podem causar dois efeitos sobre a decisão de investimento. Em primeiro lugar, flutuações imprevisíveis sobre a taxa de juros podem aumentar o valor esperado dos retornos do projeto o que torna o investimento mais atrativo, aumentando o incentivo para investir. Um segundo efeito seria o fato das incertezas sobre a taxa de juros criar um valor de espera (para ver quando as taxas de juros vão aumentar ou diminuir).³

Além da opção de adiar o projeto, existe ainda a oportunidade de expandir a escala do projeto original o que é similar a uma opção *call*. Assim, supondo que exista a

possibilidade de um investimento adicional I' um ano após o investimento original o qual vai dobrar a escala e o valor do projeto. Logo, no ano 1, haverá a possibilidade de escolha entre manter a mesma escala de produção ou duplicar a escala e receber o dobro do valor do projeto pagando um custo adicional, dependendo do que for maior. Assim, o valor da opção será:²

$$E^+ = \max(V^+, 2V^+ - I') \quad \text{e} \quad E^- = \max(V^-, 2V^- - I')$$

Provavelmente a opção de expandir a escala original do projeto será exercida quando as condições de mercado apresentarem-se favoráveis. De outra forma, ela não será exercida. Como antes, o valor da oportunidade de investimento passa a ser:²

$$E_0 = pE^+ + (1-p)E^- / (1+r)$$

Por outro lado, existe ainda a possibilidade de contrair a escala original do projeto, similar a uma opção *put*, com o preço de exercício igual a parte dos gastos futuros que podem ser cancelados. Assim, supondo que a porção do custo de investimento necessária para manter a dada escala de produção do projeto será paga no ano seguinte. Existe uma possibilidade de reduzir essa escala resultando em um menor custo de investimento a ser pago, I'' . Claramente se as condições de mercado tornarem-se desfavoráveis, a opção de contrair o projeto provavelmente será exercitada. Assim, esta opção pode ser descrita como:²

$$E^+ = \max(V^+ - I, 0,5V^+ - I'') \quad \text{e} \quad E^- = \max(V^- - I, 0,5V^- - I'')$$

A oportunidade de investimento será calculada exatamente da mesma forma como foi calculada no caso da opção de expandir. Em ambos os casos, verifica-se que tais

opções tornam-se extremamente valiosas no caso por exemplo da introdução de um novo produto em um mercado muito incerto.

Existe ainda a opção de paralisar temporariamente a produção em qualquer período onde as receitas não são suficientes para cobrir os custos variáveis. Desta forma, a produção em cada ano pode ser vista como uma opção *call* de adquirir as receitas deste ano pagando como preço de exercício os custos variáveis de produzir. Então, é possível a escolha entre continuar produzindo e receber as receitas em troca do pagamento dos custos variáveis ou paralisar a produção e receber o valor do projeto menos as receitas dependendo de quem for maior. Assim, sendo o valor da oportunidade de investimento calculado exatamente como antes, teremos:²

$$E = \max(V - VC, V - C) - FC \text{ ou, alternativamente,}$$

$$E^+ = (V^+ - FC) - \min(VC, C^+) \quad \text{e} \quad E^- = (V^- - FC) - \min(VC, C^-)$$

Existe ainda a possibilidade de abandonar um projeto pelo seu maior valor de revenda (*salvage value*) ou pela melhor alternativa de uso, antes do fim da sua vida útil, caso as condições de mercado apresentem-se desfavoráveis. O valor de revenda do projeto (A), provavelmente é menor que o valor presente do projeto, caso contrário o projeto já teria sido vendido ou utilizado de forma alternativa. No entanto, esse valor apresenta uma menor variância. Assim, se as condições de mercado estiverem progredindo, não será vantajoso abandonar o projeto pelo seu *salvage value*, mas se estiverem piorando, pode ser vantajoso. Logo, existe a alternativa entre escolher o máximo entre o valor presente V e sua melhor alternativa de uso, A, isto é:²

$$E^+ = \max(V^+, A^+) \quad e \quad E^- = \max(V^-, A^-)$$

No caso dos intraprojetos (opções compostas), existe a possibilidade de abandonar um projeto durante a construção, de forma a poupar os custos de investimento subseqüentes. Isto irá ocorrer quando o investimento requerido excede o valor de continuar o projeto. Assim, no próximo período o custo de investimento só será pago se o valor de continuar o projeto for maior do que o custo, ao contrário estes custos não serão pagos e nada será recebido. Assim, tem-se que:²

$$E^+ = \max(V^+ - I, 0) \quad e \quad E^- = \max(V^- - I, 0)$$

O mesmo ocorre com os interprojetos, com uma diferença essencial que neste caso, cada custo de investimento é responsável por uma oportunidade de investir em um novo projeto, ao invés de continuar o mesmo, como ocorre com os intraprojetos. Assim, a interdependência dos projetos pode possuir uma importância estratégica considerável, uma vez que pode justificar a aceitação de projetos com VPL passivo negativo pelo mesmo poder representar uma nova oportunidade de investimento lucrativa para a firma.

Se for possível um financiamento por dívida, então o valor do projeto aumentará pelo montante adicional da flexibilidade de financiamento. Após contrair a dívida, ela deve ser paga se o valor do projeto exceder o valor do pagamento. Caso contrário, nada será pago porém nada será recebido também. Desta forma, supondo que esta decisão seja realizada no ano 2, tem-se que:²

$$E_2 = \max(V_2 - D_2, 0)$$

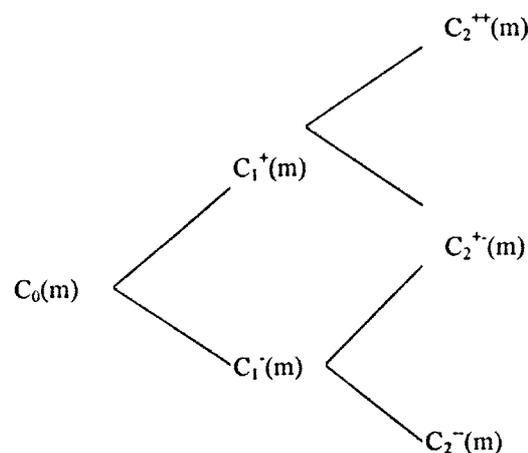
Assim, dependendo de quando o mercado melhora ou piora nestes dois anos (podendo elhorar nos dois anos, ++, piorar nos dois anos, --, ou melhorar em uma no e piorar no outro, +- ou -+) o valor presente da oportunidade de investimento pode ser calculado como:²

$$E_1^+ = pE_2^{++} + (1-p) E_2^{+-} / (1+r) \quad \text{e} \quad E_1^- = pE_2^{-+} + (1-p) E_2^{--} / (1+r), \text{ logo:}$$

$$E_0 = pE_1^+ + (1-p) E_1^- / (1+r)$$

E ainda, o efeito combinado da interação entre flexibilidade financeira e operacional pode aumentar ainda mais o montante de subestimação causada pela utilização da teoria tradicional do valor presente líquido. Assim, faz-se necessário uma análise sob a ótica das opções.²

Existe ainda a opção de troca (por exemplo, entre diferentes tipos de tecnologia) que representa a classe mais geral de opções. De fato este tipo de opção é o mesmo que um portfolio de opções call e put. Assim, considerando dois projetos alternativos A e B e sendo $c_t^s(m)$ o fluxo de caixa líquido correspondente ao ano t no estado s ($s = +, -$) usando a tecnologia m ($m = A, B$). Os seguintes *payoffs* são possíveis:²



Considerando um sistema flexível, F, onde pode-se trocar entre as tecnologias A e B e, assumindo que inicialmente este tipo de troca não envolve custos. Obviamente o direito de poder trocar entre as duas tecnologias faz com que o valor da ação seja superior ao de cada tecnologia sozinha, isto é:²

$$E(F) > \max(VP(A), VP(B))$$

O valor da opção deste sistema flexível, excede o valor da produção com apenas uma única possibilidade de tecnologia, pelo valor da flexibilidade de trocar de uma sistema para outro denotado como $F(A \rightarrow B)$ desde que o fluxo de caixa aumente com a utilização da tecnologia B, isto é,²

$$E(F) = VP(A) + F(A \rightarrow B)$$

Assim, sendo $c_t^s(A \rightarrow B)$ o valor incremental do fluxo de caixa devido a troca voluntária da tecnologia A pela B, no ano t no estado s, tem-se que:

$$c_t^s(A \rightarrow B) = \max(c_t^s(B) - c_t^s(A), 0)$$

E, desta forma, o valor da opção de trocar da tecnologia A para a B, no ano t é dado por:

$$S_t(A \rightarrow B) = [pc_t^+(A \rightarrow B) + (1-p)c_t^-(A \rightarrow B)] / (1 + r)$$

Assim, o valor combinado da flexibilidade de trocar de um método por outro pode ser resumido (levando-se em conta três períodos) como:

$$F(A \rightarrow B) = S_0(A \rightarrow B) + S_1(A \rightarrow B) + S_2(A \rightarrow B)$$

Na presença de custos associados com a troca de um modo de produção para outro, as opções de troca não são mais independentes e, então, não podem mais ter seus valores simplesmente adicionados para chegar ao valor de uma opção combinada. A troca com custos não somente afeta a decisão corrente e seu *payoff* como também os preços de exercício e as decisões de troca em períodos futuros. Basicamente, exercer uma opção antecipadamente cria uma série de opções interligadas análoga a uma opção composta. Assim, sendo $I(A \rightarrow B)$ o custo de troca da tecnologia A para a B. Na presença desses custos, o valor incremental do fluxo de caixa devido a troca de A por B passa a ser:²

$$c_t^s(A \rightarrow B) = \max(c_t^s(B) - c_t^s(A) - I(A \rightarrow B), 0)$$

Uma vez que uma decisão corrente, entre trocar ou não a tecnologia utilizada, deve afetar o valor da produção em períodos subseqüentes, os custos de troca e, conseqüentemente as decisões futuras de troca, o valor do projeto deve ser determinado através de um processo dinâmico ótimo e não simplesmente através da adição dos valores das flexibilidades de troca para cada período.²

Além da possibilidade de troca entre tecnologias distintas, existem vários outros tipos de troca presentes em um projeto. Um exemplo seria o caso de uma firma que mantém relações com vários ofertantes de insumo ao mesmo tempo, podendo mudar de um para outro em busca do menor preço. Este seria o caso de uma firma multinacional que possui facilidades de produção localizadas em vários países. Esta firma certamente possui a flexibilidade de trocar a produção para onde as facilidades, tais como mão-de-obra ou taxa de juros, encontram-se mais baratas. Tal tipo de flexibilidade pode trazer uma vantagem competitiva para a firma. Outro exemplo, seria o caso de uma firma que

possui mercados em diferentes países, podendo variar entre o mercado doméstico e os estrangeiros de acordo com o lucro relativo que cada um proporciona. Ainda, uma firma pode possuir uma flexibilidade no produto, podendo escolher entre diferentes tipos de produto de acordo com os retornos proporcionados. Estas possibilidades de troca explicam porque em alguns casos, é vantajoso a instalação de uma forma de produção mais custosa porém, que possui flexibilidades de trocas que outras formas não apresentam.²

A realização dos benefícios do sistema de flexibilidades depende de quanto este sistema está integrado com o resto do negócio. Assim, o valor potencial de uma opção flexível pode ser fortalecido pela capacidade organizacional já existente na firma, tal como a capacidade da firma de usar essas opções mais rapidamente.²

Assim, a firma pode ser vista como um sistema adaptativo que utiliza recursos diversos para converter uma variedade de insumos nos produtos mais lucrativos. Um gerenciamento flexível e ativo não implementaria este tipo de conversão caso não fosse lucrativo fazê-lo, ao contrário paralisaria a produção temporariamente evitando assim que um fluxo negativo ocorra. Desta forma, o valor de um gerenciamento flexível sempre excede o valor de um gerenciamento passivo por atuar ativamente, através da decisão entre as diversas opções demonstradas no presente capítulo, ao invés de esperar passivamente pelos acontecimentos.¹

¹ Baseado em Koller, Copeland e J. Murrin: Valuation - Measuring and Managing the Value of Companies

² Baseado em Trigeorgis, Lenos: Real Options, Managerial Flexibility and strategy in Resource allocation

³ Baseado em Dixit, Avinash e Robert Pindyck: Investment under Uncertainty

VII. MÉTODO PRÁTICO PARA ANÁLISE DO INVESTIMENTO EM TEMPO CONTÍNUO

Conforme já foi visto, uma oportunidade de investimento pode ser vista como uma opção *call* uma vez que existe o direito, mas não a obrigação de adquirir algo. Vimos que pode-se fazer uma analogia entre as características do projeto e as opções para que então, as teorias de precificação das mesmas possam ser utilizadas para quantificação de projetos. Assim, o valor presente do fluxo de caixa pode ser visto como o valor corrente da ação (S), o custo do investimento como o preço de exercício (X), o tempo decorrente até que a oportunidade de investimento desapareça por completo como o tempo de expiração de uma opção (t), o risco do projeto como a variância dos retornos das ações [$\text{Var}(Re)$] e, por fim, a taxa de juros sem risco (r_f) sendo a mesma para ambos.

Quando a decisão a ser tomada no projeto não pode mais ser transferida, isto é, quando a opção alcançou sua data de expiração, o valor presente líquido do projeto e o valor da opção são o mesmo pois, na data de expiração o valor da opção é igual ao preço da ação menos o preço de exercício e, como o valor presente líquido é a diferença entre o valor presente do fluxo de caixa e o custo do investimento, pela analogia entre as duas teorias, conclui-se que trata-se do mesmo valor. Além do mais, quando o valor presente líquido é negativo, a firma escolherá não investir levando-se em conta esta teoria tradicional e, desta forma, o valor do projeto é efetivamente zero, assim como o valor da opção, ao invés de negativo.

A teoria tradicional do valor presente líquido diverge da teoria de precificação das opções quando o investimento pode ser adiado, isto é, quando ainda não chegou a data

de expiração da opção. Conforme visto no capítulo cinco, o VPL tradicional não consegue capturar o valor adicional oriundo do adiamento do projeto, uma vez que novas informações ocorrem e ainda, ganha-se juros sobre o dinheiro que ainda não foi utilizado para pagar as opções. Este valor extra que não foi considerado pela teoria tradicional do VPL pode ser facilmente calculado. Supondo que um indivíduo aplique dinheiro suficiente a uma taxa de juros sem risco tal que, na data do investimento, esse dinheiro mais a taxa de juros ganha sob o mesmo é suficiente para cobrir o gastos necessários. Assim, o valor do custo do investimento ou o preço de exercício passa a ser:

$$X^* = Xe^{-rt}$$

E, portanto, o valor extra oriundo do adiamento do projeto será a diferença entre X e $PV(X)$. No entanto, deve-se também considerar os dividendos ($\&$) sob o valor do projeto. Assim, a decisão de quando investir é equivalente a escolha do melhor momento para exercer uma opção *call*, podendo ser visto portanto, como um problema de valorização de opção. Desta forma, pode-se definir o valor presente líquido modificado incluindo esse valor extra e os dividendos como:

$$\text{VPL modificado} = Se^{-\&t} - X^*$$

O valor dos dividendos ($\&$) pode ser calculado levando-se em consideração o valor do projeto (S) e o fluxo médio gerado por período (D), sendo que este valor deve ser o do final do período. Assim, $\&$ pode ser encontrado através da seguinte equação:

$$Se^{\&t} - D = S \text{ (quando o fluxo encontra-se no final do período)} \quad \text{ou,} \quad Se^{\&t} - De^{\&t} \\ = S \text{ (quando o fluxo dado no meio do período, sendo } t \text{ o tempo que falta para o fim do} \\ \text{período)}$$

Para facilitar os cálculos, pode-se expressar o VPL modificado como uma divisão ao invés de uma diferença, pois através desta operação, estaremos transformando valores negativos em valores positivos decimais entre zero e um, excluindo assim os negativos da análise. Esta última relação será denominada como VPLq e pode ser descrita como:¹

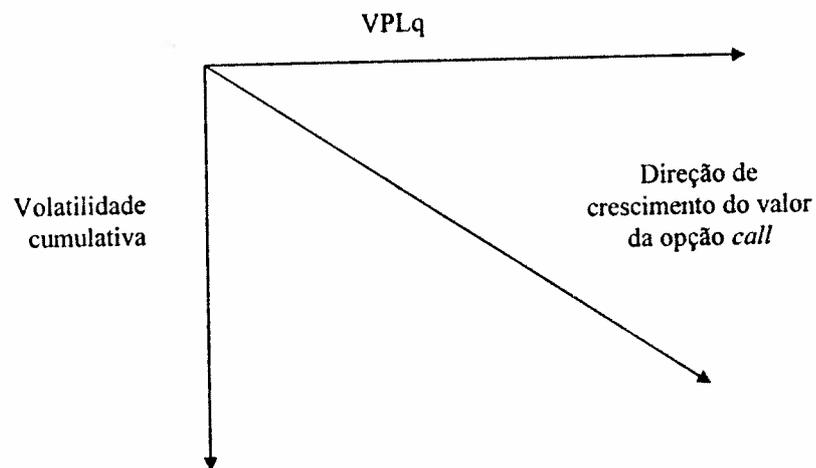
$$VPLq = Se^{-\&t} \div X^*$$

Além do valor extra oriundo do ganho de juros, existe ainda outro ganho originário do adiamento de um projeto. Este ganho provém da variabilidade do valor do ativo que pode afetá-lo para melhor. Para medir esta variabilidade, a estatística mais adequada é a variância, uma medida de dispersão mundialmente utilizada para o cálculo de dispersão ao redor da média. Assim, quanto maior a variância maior o risco do projeto. Na teoria de valorização de opção utiliza-se a variância por período. Assim a medida do total de incerteza presente no projeto é a variância por período vezes o número de períodos, algumas vezes denominada variância cumulativa. No entanto, ao invés de utilizar-se a variância do valor do valor do projeto, é preferível utilizar-se a variância dos retornos do projeto, sem perda de conteúdo, uma vez que os retornos do projeto são totalmente determinados pelo valor do projeto. A preferência pela variância dos retornos reside no fato de que sua distribuição de probabilidades pode ser positiva e negativa, enquanto a distribuição de probabilidades da variância dos valores nunca pode ser negativa além de ser muito mais assimétrica. Além disso, ao invés da variância, é preferível utilizar-se o

desvio padrão, pois este apresenta a mesma unidade de medida que a unidade original enquanto a variância eleva a unidade ao quadrado. Assim, a volatilidade cumulativa do projeto pode ser definida como $[\text{Var}(\text{Ret})t]^{1/2}$. Muitas vezes, existe alguma dificuldade na estimação da correta da volatilidade acumulativa do projeto. Para tanto, pode-se utilizar dados históricos dos retornos do investimento na mesma indústria ou em indústrias similares para que, então tenha-se uma idéia razoável de como os retornos do investimento vêm se comportando. Pode-se também analisar o risco sistemático do projeto, esperando-se que projetos com maiores riscos sistemáticos apresentem maiores volatilidades cumulativas.¹ Deve-se ressaltar, no entanto, que mesmo em situações deterministas, onde a variância é nula, existem situações onde adiar o projeto pode ser ótimo. É claro, se o valor do projeto for muito superior ao custo de investir a decisão ótima é investir imediatamente. No entanto, se o valor do projeto não for tão superior ao custo de investimento, provavelmente será melhor adiar a decisão pois em termos de valor presente, o fator de desconto do custo do investimento (r_f) normalmente é maior do que o fator de desconto do valor do projeto (β).²

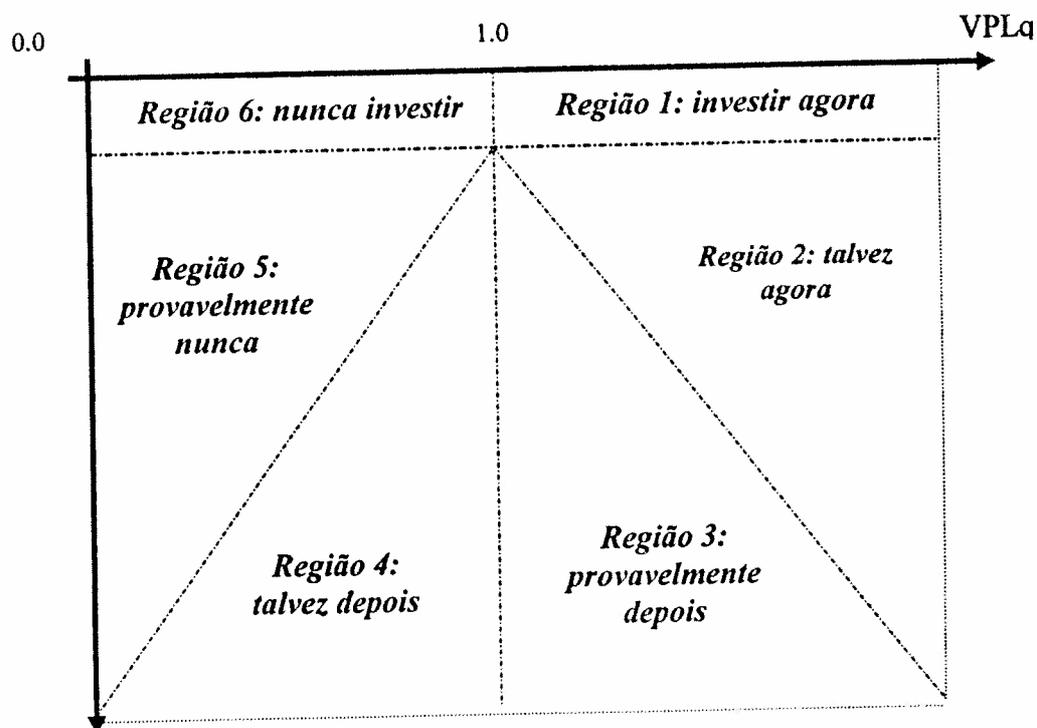
As duas métricas desenvolvidas acima, o VPLq e a volatilidade cumulativa, resumem toda a informação necessária para quantificar o projeto fazendo analogia a uma opção *call* e, utilizando o modelo de Black-Sholes introduzido no capítulo dois. Em primeiro lugar, pode-se localizar o projeto no espaço bidimensional demonstrado abaixo onde o VPLq encontra-se no eixo horizontal, aumentando da esquerda para a direita e, a volatilidade cumulativa no eixo vertical, crescendo de cima para baixo. Conforme o VPLq e a volatilidade acumulativa crescem, também aumenta o valor da opção *call*. O VPLq cresce conforme o valor do projeto (S) é maior ou conforme o custo do investimento (X) é menor ou, ainda, quando o valor modificado do custo de investimento do projeto é menor (X^*). Logo, quanto maiores forem as taxas de juros

sem risco (r_f) ou quanto maior o tempo de expiração do projeto (t) menor será o valor do custo de investimento do projeto e, portanto, maior será o VPLq. Já a volatilidade cumulativa cresce, conforme a incerteza sobre o projeto aumenta ou conforme a habilidade de adiar o projeto torna-se maior. Na próxima página, este espaço é demonstrado. A seta indica a direção de crescimento do valor do projeto.¹



Portanto, para quantificar um projeto qualquer, basta calcular as duas métricas acima e utilizar a tabela de Black-Sholes (tabela 1) que encontra-se no final do presente trabalho. O valor do VPLq encontra-se na horizontal e, o valor da volatilidade cumulativa encontra-se na vertical. A tabela fornece um valor percentual relativo ao valor do projeto (S) e, portanto, deve ser multiplicado pelo mesmo. Espera-se que este valor seja maior do que o VPL tradicionalmente calculado. Um exemplo numérico é realizado no próximo capítulo onde será feita a análise de um projeto real de uma indústria química brasileira.

Conforme visto no capítulo cinco, existem várias estratégias presentes em uma oportunidade de investimento que podem afetar o valor do projeto. Por exemplo, a estratégia de investir cedo, pode criar um valor estratégico positivo, detendo a entrada de competidores no mercado, se o investimento for *proprietary* ou ainda pode apresentar um valor estratégico negativo, se estivermos diante de um investimento comum, que permite aos competidores explorar suas vantagens. Desta forma, utilizando as duas métricas desenvolvidas acima, pode-se dividir o espaço bidimensional em seis regiões, onde cada região contém um tipo diferente de opção e a melhor estratégia a ser tomada diante desta situação.³



Volatilidade cumulativa

Conforme pode ser visto no diagrama acima, no topo do espaço encontra-se a região “agora ou nunca”. Nesta região a volatilidade cumulativa é nula pois, ou toda a incerteza já foi resolvida ou o prazo de expiração do projeto está no fim. Desta forma, os projetos nesta região diferenciam-se apenas pelo valor do VPLq. Logo, quando o VPLq for maior do que um, a melhor decisão a ser tomada é investir agora (região 1) e quando o VPLq for menor do que um, a melhor decisão é nunca investir neste projeto (região 6). No entanto, conforme dito acima, mesmo nesta região pode ainda existir algum incentivo para adiar o projeto quando o valor do mesmo não for muito superior ao custo de investir. Já no lado direito do diagrama encontra-se a região “talvez agora, provavelmente depois”. Nesta região a volatilidade cumulativa do projeto não é mais nula, o que significa tanto que existe alguma incerteza como que o prazo de expiração do projeto ainda não chegou no fim. Desta forma, a opção de adiar a decisão de investimento encontra-se ainda mais presente. Neste caso, no entanto, para decidir a melhor estratégia para a firma, será utilizado o VPL tradicional pois, caso o VPL tradicional seja negativo é claro que exercer o investimento imediatamente é subótimo. Este seria o caso de uma opção *out of money*, uma vez que o preço do ativo (S) é inferior ao preço de exercício (X). No entanto, este investimento é promissor uma vez que o seu VPLq é positivo e o tempo de expiração do projeto ainda não acabou. Desta forma, a melhor estratégia a ser seguida é provavelmente investir mais tarde (região 3) pois, apesar do projeto não se mostrar nem um pouco atrativo agora, ele é promissor e deve ser cultivado nesse meio tempo, podendo assim mostra-se bastante atrativo em um futuro próximo. Já os projetos que apresentam um VPL tradicional positivo são ainda mais interessantes. São *opções in the money*, isto é, o preço do ativo (S) é superior ao preço de exercício (X). Desta forma existe alguma possibilidade de que este

investimento seja exercido imediatamente. No entanto, esta não será sempre a atitude ótima pois, como o tempo de expiração do projeto ainda não chegou ao fim, existe a opção real de adiar o investimento e ganhar um valor extra devido a este adiamento. Portanto, a decisão entre investir imediatamente ou adiar essa decisão (região 2) exige uma análise específica de cada caso. Por fim, no lado esquerdo do diagrama encontra-se a região “talvez depois, provavelmente nunca”. Todos os projetos que encontram-se no lado esquerdo do diagrama são menos promissores que os demais por apresentarem um VPLq menor do que um e, portanto, um VPL tradicional menor do que zero. Os projetos situados mais acima à esquerda (região 5) são os menos promissores ainda pois, além do baixo valor do VPLq ainda apresentam uma volatilidade cumulativa pequena. Nesta região os projetos provavelmente nunca serão exercidos. Por outro lado, os projetos que se situam mais para baixo e, portanto, apresentam uma maior volatilidade cumulativa, são mais promissores uma vez que, devido a maior incerteza ou ao maior prazo de expiração do projeto, o valor do investimento pode aumentar neste meio tempo influenciado por condições favoráveis. Nesta região, talvez o investimento seja exercido mais tarde (região 4) dependendo de como as condições externas irão influenciá-lo. Uma ressalva deve ser feita no entanto, que nas regiões onde a melhor decisão é esperar, como no caso das regiões três e quatro, esta espera não será passífica. O gerenciamento flexível irá influenciar ativamente estes projetos, devotando maior ou menor atenção de acordo com quão promissor é o projeto.³

É verdade que, com o passar do tempo, as opções tendem a moverem-se cada vez mais para cima e para esquerda no espaço bidimensional, uma vez que a volatilidade cumulativa diminui conforme o tempo de expiração vai chegando ao seu fim e, o VPLq diminui por incluir um cálculo de valor presente que, supondo o restante constante, tende a reduzir seu valor com o tempo. No entanto, o gerenciamento flexível trabalha

no sentido oposto, puxando as opções o máximo possível para a direita, isto é, aumentando seu VPLq, até que o prazo de expiração do projeto se conclua. Para tanto, qualquer ação que reduza os custos ou aumente o valor do investimento, aumentará o VPLq do projeto. Este gerenciamento também é capaz de afetar a volatilidade cumulativa porém, de uma forma menos óbvia.³

O instrumental fornecido no presente capítulo, permite a análise de estratégias mais complexas onde algumas opções influenciam diretamente as demais criando assim uma rede de influências. Para tanto, deve-se localizar cada opção individualmente no espaço bidimensional de acordo com os valores de seu VPLq e da sua volatilidade cumulativa e então, estabelecer a rede de influências. Por exemplo, supondo uma estratégia com a seguinte seqüência de oportunidades: desenvolver um produto, introduzir o produto, expandir a capacidade de produção do produto melhorando o potencial das fábricas já existentes e expandir novamente a capacidade de produção construindo novas instalações. Neste exemplo, a indústria possui uma rede de opções reais interligadas tal que, o valor de toda a estratégia poderia ser resumido como:³

$VP\{ \text{introdução do produto} + \text{valor da } call \text{ [opção da primeira expansão} + \text{valor da } call \text{ (opção da segunda expansão)]} \}$

Logo, alguma mudança em qualquer uma das métricas da segunda opção de expansão, provavelmente afetará as métricas da primeira opção de expansão, uma vez que as duas estão interligadas e o valor da opção da primeira expansão depende do valor da segunda.³

Fica claro portanto, que através deste instrumental o investidor é capaz não somente de compreender a situação de cada opção real individualmente como também

de reconhecer o seu valor estratégico em uma cadeia de opções interligadas. A vantagem deste instrumental reside no fato dele permitir uma análise em tempo contínuo das opções reais, de forma simples e intuitiva, através do método prático de precificação de opções desenvolvida por Black e Scholes. No entanto, uma ressalva deve ser feita quanto a limitação do instrumental. Em primeiro lugar ele assume que tanto o preço de exercício quanto o tempo máximo de expiração do projeto são variáveis deterministas. No entanto, na prática normalmente isto não ocorre. Assim, para um a formulação de um modelo mais completo é necessário o conhecimento da distribuição de probabilidades de X e a distribuição conjunta de X e S . Além disso, ele ignora a possibilidade de custos adicionais provenientes do adiamento do projeto. Além disso, ele considera uma opção europeia ao invés de uma opção americana o que possui uma desvantagem uma vez que uma opção americana pode ser exercida em qualquer momento enquanto uma opção europeia só pode ser exercida na sua data de expiração. E, por fim, o presente instrumental faz uso do modelo de Black-Scholes, o qual admite diversas simplificações e hipóteses originais. Desta forma, é possível que quando estas hipóteses não forem verdade, o valor fornecido pelo modelo não seja muito preciso, porém ainda possuindo algum valor. Isto não significa, no entanto, que o modelo utilizado não é válido, mas que precisa de maiores desenvolvimentos para que uma análise mais apurada possa ser realizada. No próximo capítulo, um exemplo numérico será desenvolvido através da análise de um projeto real de uma indústria química brasileira.¹¹

¹ Baseado em Luehrman, Timothy: Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers

² Baseado em Dixit, Avinash e Robert Pindyck: Investment under uncertainty

³ Baseado em Luehrman, Timothy : Strategy as a Portfolio of Real Options

VIII. CASO PRÁTICO: ANÁLISE DO PROJETO DE UMA INDÚSTRIA QUÍMICA BRASILEIRA

No presente capítulo será analisado o projeto de economia energética com a adoção de uma nova tecnologia para produção de cloro e soda de uma indústria química brasileira. Infelizmente não será possível divulgar o nome da indústria por se tratar de um projeto que ainda está sendo analisado, não tendo sido implantado ainda. Primeiro o projeto será analisado segundo a teoria tradicional do valor presente líquido. Em seguida, será introduzida a possibilidade de um gerenciamento flexível e, então será feita uma análise segundo a teoria desenvolvida ao longo do presente trabalho baseada no modelo de precificação de opções. Para tanto, será dada maior ênfase na utilização do instrumental desenvolvido no capítulo anterior, pelo mesmo permitir uma análise do investimento em tempo contínuo e possuir uma compreensão simples e direta.

A indústria química brasileira X está empenhada em atender os requisitos relativos a conservação e controle de energia e meio ambiente e, para tanto, idealizou o projeto que prevê a paralisação da sua antiga unidade de eletrólise (à mercúrio), com mais de 40 anos de funcionamento e instalação de nova unidade com células de membrana. As células à mercúrio possuem uma tecnologia ultrapassada, anterior aos anos 50, que acarretam em um consumo de energia elétrica por tonelada de cloro produzida 50% maior do que as células de membrana. O consumo de energia elétrica é inclusive superior ao da unidade de eletrólise mais nova, com 10 anos de operação. Assim, o novo projeto permitirá uma redução do consumo específico de energia elétrica no total de US\$ 695.537 por ano. Além do mais, as células de membrana poderão reduzir sua carga no horário de ponta em até 65% contra 30% possíveis com as células atuais à

mercúrio, representando uma redução adicional de custos de energia elétrica no horário de ponta de US\$221.738 por ano. As células de membrana também possuem menor custo de manutenção e maior produtividade operacional em razão da instalação antiga possuir elevados custos de manutenção e operação, representando assim uma redução de custos no montante de US\$ 1.650.000 por ano. Por fim, as células de membrana permitem o atendimento aos requisitos e ganhos na conservação ambiental, por não utilizarem mercúrio. Desta forma o projeto apresenta um aumento do rendimento energético, mantendo a produção atual e reduzindo o consumo de energia elétrica, com redução total de custos, em valores de final de período (final do ano) de US\$2.567.275 por ano. O projeto com a solução mais econômica no momento possui uma estimativa de investimento adicional em aproximadamente US\$7.850.000. O detalhamento dos custos de investimento podem ser encontrados na tabela 3 que encontra-se em anexo no final do trabalho. A indústria adota como taxa de desconto do projeto 42%, após a análise do risco do projeto e de suas características particulares. O projeto, se concluído, será parcialmente financiado (70% do custo adicional do investimento) através de um empréstimo realizado no BNDES que possui uma taxa de financiamento de 20% ao ano por um prazo de 5 anos. A vida útil do projeto é de 10 anos. Todos os demais detalhes do projeto encontram-se resumidos na tabela 3 (Dados de entrada para o projeto da indústria Química X) que encontra-se no final do trabalho.

Desta forma, levando-se em conta a teoria tradicional do valor presente líquido, conclui-se que o projeto apresenta um VPL de aproximadamente US\$1.787.182 (os fluxos de caixa para cada ano, incluindo o financiamento fornecido pelo BNDES, encontram-se na tabela 4- Cálculo do VPL para a indústria Química X -em anexo no final do trabalho). No entanto, conforme pode ser percebido nos capítulos precedentes,

em um ambiente de incerteza a utilização do VPL tradicional ignora as diversas opções reais presentes no projeto se for levado em conta um gerenciamento flexível.

A tecnologia utilizada atualmente pela indústria à base de mercúrio, provavelmente em um período de aproximadamente 2 anos vai tornar-se obsoleta uma vez que, ao longo deste mesmo período, a maioria das demais firmas competidoras neste mercado já terão trocado as suas instalações de célula à mercúrio por célula de membrana. Desta forma, o projeto apresenta um prazo máximo de expiração de 2 anos ($t = 2$) pois, ao término deste período, provavelmente a indústria terá que trocar sua tecnologia pela nova para conseguir acompanhar os seus competidores sempre restando, no entanto, a possibilidade de fechar o negócio caso as condições de mercado encontrem-se extremamente adversas, vendendo a indústria pelo seu maior preço de revenda ou fazendo o melhor uso alternativo da mesma. No entanto, sabe-se pela teoria exposta ao longo do trabalho, que a realização imediata do projeto, considerando um ambiente de incertezas, nem sempre é a escolha ótima. O adiamento do projeto poderia trazer ganhos extras como maiores informações sobre o ambiente econômico e a viabilidade do projeto, tal que seria possível para a indústria aproveitar condições mais favoráveis do mercado, incrementando seus lucros, ou poupando perdas provenientes de condições adversas, além do ganho de juros oriundo do adiamento dos custos do investimento, uma vez que o dinheiro poderia ser aplicado rendendo à taxa de juros do mercado sem risco (r_f) que no Brasil pode ser considerada atualmente como sendo 42%. Além disso, a indústria estima que o desvio padrão dos retornos do projeto por ano serão de aproximadamente 28% apresentando assim uma variabilidade significativa, que pode representar melhoras nos retornos do projeto como também pode representar piores. Assim, conforme já visto, o ganho extra originário do adiamento do projeto pode ser

calculado levando-se em conta duas métricas: o VPLq e a volatilidade cumulativa. Para tanto, os seguintes cálculos são necessários:

$$(X^*) = \text{US\$}7.850.000 \times e^{-(0,42 \times 2)} = \text{US\$}3.388.928$$

Sendo $(\text{VPL} = S - X)$ e $\text{VPL} = \text{US\$}1.787.182$ o valor de $S = \text{US\$}9.637.182$. Assim, o passo seguinte para o cálculo do VPLq é descobrir o valor dos dividendos δ , o fator de desconto do valor do projeto. E, considerando que o fluxo recebido por ano é de $\text{US\$}2.567.275$ o qual já se encontra no final do período, verifica-se:

$$9.637.182 \times e^{\delta} - 2.567.275 = 9.637.182 \quad \text{logo, } \delta = 0,24$$

Agora, podemos finalmente achar o valor do VPLq da seguinte forma:

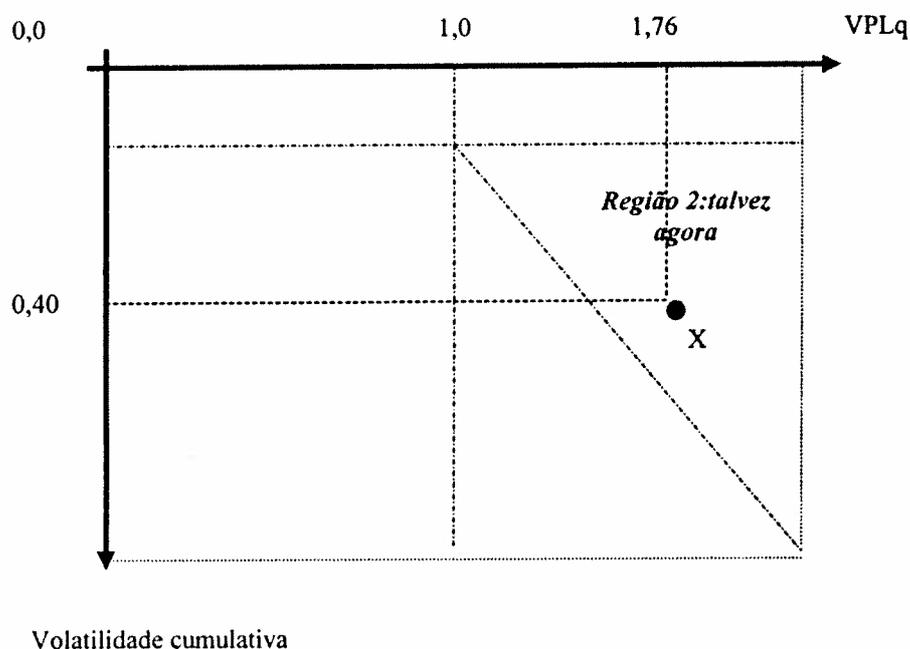
$$\text{VPLq} = \text{US\$}9.637.182 \times e^{-(0,24 \times 2)} \div 3.388.928 = 1,76$$

Como era de se esperar o VPLq apresenta um valor maior do que um, uma vez que o VPL do projeto é positivo. Sabendo ainda, que o desvio padrão dos retornos do projeto é igual a 28% e que o projeto tem um adiamento máximo de 2 anos. Assim, a volatilidade cumulativa pode ser calculada como:

$$\text{volatilidade cumulativa} = 0,28 \times (2)^{1/2} = 0,40$$

Utilizando estas duas métricas e observando a tabela de Black-Scholes que encontra-se no final do presente trabalho (tabela 1) encontra-se o valor em percentual relativo ao preço do ativo (S) de aproximadamente 44,0%. Isto significa que o valor do projeto em dólares levando-se em consideração a opção de adiar o projeto é de $\text{US\$}4.240.360,08$ ($0,44 \times \text{US\$}9.637.182$). Como era de se esperar este valor é muito

superior ao valor presente líquido tradicionalmente calculado uma vez que, o último ignora a possibilidade de adiamento do projeto. Possuindo as duas métricas, pode-se localizar o presente projeto no espaço bidimensional das opções apresentado no capítulo anterior. Acredita-se assim, que o projeto possa estar situado na região dois (ponto X no gráfico) pois, apresenta um VPLq maior do que a unidade localizando-se assim, no lado direito do diagrama e, uma volatilidade razoável, mas que não chega a ser muito alta como pode ser verificado no gráfico abaixo.



Logo, trata-se certamente de um projeto promissor, uma vez que apresenta um VPLq maior do que a unidade, comparável a uma opção “*in the money*”. Assim, existe alguma possibilidade de que este projeto seja exercido imediatamente uma vez que o seu VPL tradicional apresenta um valor considerável. No entanto não necessariamente esta será a atitude ótima pois, como o tempo de expiração do projeto ainda não chegou ao fim e como existe alguma variabilidade dos retornos, é possível que ocorra uma mudança no sentido positivo. Mais ainda, com o adiamento do projeto, novas informações podem ser recebidas sobre a rentabilidade e aceitação da utilização das

novas células de membrana, o que pode mudar a opinião dos investidores, fornecendo maior certeza na hora da decisão. Mas, é claro, também podem ocorrer mudanças no sentido negativo, como variações na taxa de juros ou nos benefícios inicialmente previstos que reduzam o valor do projeto. É possível também, que conforme quase todos os competidores já tenham trocado suas instalações pela nova tecnologia e esta tenha apresentado resultados positivos, a indústria química X perca posição frente aos mesmos. Portanto, a escolha entre a realização imediata do projeto ou o adiamento do projeto dependerá do peso atribuído pelo gerenciamento aos fatores levantados acima. No entanto, parece bastante razoável a realização imediata do projeto pois em primeiro lugar o tempo de expiração do projeto é pequeno limitando assim, as possibilidades de mudança e, em segundo lugar, acredita-se realmente que esta nova tecnologia será bem sucedida e que portanto, a demora na realização do projeto representará apenas perda de posição frente aos competidores.

No entanto, esse desvio padrão utilizado é apenas uma estimativa não sendo um valor muito preciso. Logo, é válido a análise de outros desvios padrões prováveis para o retorno do projeto, para que se tenha uma sensibilidade de como a variação na volatilidade cumulativa influencia o valor do projeto. Para tanto, encontra-se abaixo os valores de alguns prováveis desvios padrões, os respectivos valores da volatilidade cumulativa, a porcentagem fornecida pela tabela Black-Scholes e por fim o valor em dólares da projeto (considerando sempre $VPLq$ fixo em 1,76). Como pode ser verificado, conforme o desvio padrão aumenta, e com ele a volatilidade cumulativa, também aumenta o valor do projeto. Este resultado é bastante lógico pois, quanto maior a volatilidade, maiores serão as chances de mudança e, portanto, mas vale a opção de adiar o projeto.

Desvio padrão	Volatilidade cumulativa	Black-Scholes (%)	Valor do projeto (US\$)
10%	0,14	42,9	4.134.351
15%	0,21	42,9	4.134.351
20%	0,28	43,1	4.153.625
28%	0,40	44,0	4.240.360
30%	0,42	44,0	4.240.360
32%	0,45	44,6	4.298.183

Desta forma, podemos comprovar pelo exemplo apresentado no presente capítulo, que realmente a teoria tradicional do valor presente líquido, apesar de continuar possuindo elevada importância, mostra-se incompleta, resultando normalmente na subestimação do verdadeiro valor do projeto. Assim, a analogia com o mercado de opções e a utilização dos métodos de valorização das mesmas, torna-se uma importante alternativa para a teoria tradicional. No entanto, como ressaltado no final do capítulo anterior, deve-se estar muito atento as limitações do modelo utilizado no presente capítulo, para que conclusões erradas não sejam tomadas.

IX. CONCLUSÃO

As decisões de investimento possuem em comum três características essenciais: a irreversibilidade, as incertezas sobre os retornos futuros e a importância do *timing*. Desta forma, é essencial para que um projeto qualquer de investimento seja bem sucedido, que os seus gerentes reconheçam essas três características básicas e influenciem diretamente de forma a aproveitar condições favoráveis e limitar perdas. Várias são as decisões que podem ser tomadas ao longo da vida útil de um projeto. Por exemplo, a decisão de adiar o investimento à espera de novas informações sobre as condições de mercado, a decisão de expandir ou contrair a escala de produção, as trocas entre diferentes tipos de tecnologia, mercados ou produtos, a decisão de abandonar ou para temporariamente a produção dentre outras. Existem ainda as decisões estratégicas, que analisam as características do mercado e do investimento e, tentam situar qual será a melhor resposta a ser tomada pela firma. Todas essas decisões são conhecidas como opções reais, uma vez que, cada uma delas pode ser comparada a uma opção (simples ou composta, *put* ou *call*) ou a um *portfolio* de opções.

Infelizmente a teoria tradicional do valor presente líquido não consegue capturar estas opções. Na realidade, esta teoria considera apenas um gerenciamento passivo que somente observa o projeto tendo como única decisão a escolha entre investir “agora ou nunca”. Esta teoria pressupõe uma distribuição simétrica de probabilidades ignorando a assimetria introduzida pela presença das opções reais, que expande o valor do VPL por um prêmio de opção. Desta forma, esta teoria normalmente subestima o verdadeiro valor do projeto podendo levar a conclusões erradas.

Com a introdução de um gerenciamento flexível, várias são as decisões à serem tomadas ao longo do projeto. Estas decisões podem ser representadas por uma árvore de decisão onde cada nó representa uma escolha em determinado período da vida útil de um projeto. Juntamente com a árvore, é utilizada a teoria de valorização de opções de forma a capturar o valor extra introduzido no projeto, ao permitir estas várias escolhas que objetivam, em última instância, maximizar ganhos e restringir perdas. Ainda, na análise de situações de competição estratégica, a teoria dos jogos é utilizada conjuntamente com as opções, tentando situar de acordo com o tipo de investimento e atitude do competidor a estratégia ótima a ser seguida.

No caso da análise em tempo discreto, constroi-se um *portfolio* equivalente através de várias ações do ativo em questão, tomando um financiamento à taxa de juros sem risco e achando assim, o valor da opção para cada estado do tempo (bom ou ruim) e, por conseguinte, encontrando o valor da oportunidade de investimento, desde que as probabilidades de ocorrência de cada caso sejam fornecidas.

No entanto, existem algumas opções que não podem ser analisadas isoladamente por pertencerem a uma rede de opções interligadas influenciando assim, os *payoffs* de outras opções. Este seria o caso de intraprojetos (vários projetos pequenos compondo um grande projeto), interprojetos (quando um projeto inicial é necessário para a realização de outro projeto posterior) dentre outros casos.

Todavia, a análise em tempo discreto limita-se apenas a dois ou três períodos sendo por demais simplista para situações reais de investimento. Então, toda teoria discreta pode ser estendida para uma análise em tempo contínuo necessitando porém, de ferramentas mais complexas. No entanto, através de algumas simplificações é possível

utilizar o modelo de Black-Scholes através do cálculo de duas métricas fundamentais, o VPLq e a volatilidade cumulativa, para este tipo de análise. Entretanto, o modelo possui diversas limitações que devem ser melhor exploradas caso deseje-se uma análise mais fundamentada.

Desta forma, ainda há muito mais a ser compreendido na análise de investimentos sob incerteza, que não foi demonstrado no presente trabalho. Mas, fica claro para todos que, a análise das opções reais, levando-se em consideração as incertezas presentes em um projeto, é essencial para que uma situação de investimento seja corretamente compreendida.

TABELA 1 - Black-Scholes para precificação de uma opção call

Preço da ação dividido pelo VP (preço de exercício)

	.40	.45	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.82	.84	.86	.88	.90	
.05	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.05
.10	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.2	.3	.5	.8	.10
.15	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.2	.5	.7	1.0	1.3	1.7	2.2	.15
.20	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.4	.8	1.5	1.9	2.3	2.8	3.4	4.0	.20
.25	.0	.0	.0	.1	.2	.5	1.0	1.8	2.8	3.3	3.9	4.5	5.2	5.9	.25
.30	.0	.1	.1	.3	.7	1.2	2.0	3.1	4.4	5.0	5.7	6.3	7.0	7.8	.30
.35	.1	.2	.4	.8	1.4	2.3	3.3	4.6	6.2	6.8	7.5	8.2	9.0	9.8	.35
.40	.2	.5	.9	1.6	2.4	3.5	4.8	6.3	8.0	8.7	9.4	10.2	11.0	11.7	.40
.45	.5	1.0	1.7	2.6	3.7	5.0	6.5	8.1	9.9	10.6	11.4	12.2	12.9	13.7	.45
.50	1.0	1.7	2.6	3.7	5.1	6.6	8.2	10.0	11.8	12.6	13.4	14.2	14.9	15.7	.50
.55	1.7	2.6	3.8	5.1	6.6	8.3	10.0	11.9	13.8	14.6	15.4	16.1	16.9	17.7	.55
.60	2.5	3.7	5.1	6.6	8.3	10.1	11.9	13.8	15.8	16.6	17.4	18.1	18.9	19.7	.60
.65	3.6	4.9	6.5	8.2	10.0	11.9	13.8	15.8	17.8	18.6	19.3	20.1	20.9	21.7	.65
.70	4.7	6.3	8.1	9.9	11.9	13.8	15.8	17.8	19.8	20.6	21.3	22.1	22.9	23.6	.70
.75	6.1	7.9	9.8	11.7	13.7	15.8	17.8	19.8	21.8	22.5	23.3	24.1	24.8	25.6	.75
.80	7.5	9.5	11.5	13.6	15.7	17.7	19.8	21.8	23.7	24.5	25.3	26.0	26.8	27.5	.80
.85	9.1	11.2	13.3	15.5	17.6	19.7	21.8	23.8	25.7	26.5	27.2	28.0	28.7	29.4	.85
.90	10.7	13.0	15.2	17.4	19.6	21.7	23.8	25.8	27.7	28.4	29.2	29.9	30.6	31.3	.90
.95	12.5	14.8	17.1	19.4	21.6	23.7	25.7	27.7	29.6	30.4	31.1	31.8	32.5	33.2	.95
1.00	14.3	16.7	19.1	21.4	23.6	25.7	27.7	29.7	31.6	32.3	33.0	33.7	34.4	35.1	1.00
1.05	16.1	18.6	21.0	23.3	25.6	27.7	29.7	31.6	33.5	34.2	34.9	35.6	36.2	36.9	1.05
1.10	18.0	20.6	23.0	25.3	27.5	29.6	31.6	33.5	35.4	36.1	36.7	37.4	38.1	38.7	1.10
1.15	20.0	22.5	25.0	27.3	29.5	31.6	33.6	35.4	37.2	37.9	38.6	39.2	39.9	40.5	1.15
1.20	21.9	24.5	27.0	29.3	31.5	33.6	35.5	37.3	39.1	39.7	40.4	41.0	41.7	42.3	1.20
1.25	23.9	26.5	29.0	31.3	33.5	35.5	37.4	39.2	40.9	41.5	42.2	42.8	43.4	44.0	1.25
1.30	25.9	28.5	31.0	33.3	35.4	37.4	39.3	41.0	42.7	43.3	43.9	44.5	45.1	45.7	1.30
1.35	27.9	30.5	33.0	35.2	37.3	39.3	41.1	42.8	44.4	45.1	45.7	46.3	46.8	47.4	1.35
1.40	29.9	32.5	34.9	37.1	39.2	41.1	42.9	44.6	46.2	46.8	47.4	47.9	48.5	49.0	1.40
1.45	31.9	34.5	36.9	39.1	41.1	43.0	44.7	46.4	47.9	48.5	49.0	49.6	50.1	50.7	1.45
1.50	33.8	36.4	38.8	40.9	42.9	44.8	46.5	48.1	49.6	50.1	50.7	51.2	51.8	52.3	1.50
1.55	35.8	38.4	40.7	42.8	44.8	46.6	48.2	49.8	51.2	51.8	52.3	52.8	53.3	53.8	1.55
1.60	37.8	40.3	42.6	44.6	46.5	48.3	49.9	51.4	52.8	53.4	53.9	54.4	54.9	55.4	1.60
1.65	39.7	42.2	44.4	46.4	48.3	50.0	51.6	53.1	54.4	54.9	55.4	55.9	56.4	56.9	1.65
1.70	41.6	44.0	46.2	48.2	50.0	51.7	53.2	54.7	56.0	56.5	57.0	57.5	57.9	58.4	1.70
1.75	43.5	45.9	48.0	50.0	51.7	53.4	54.8	56.2	57.5	58.0	58.5	58.9	59.4	59.8	1.75
2.00	52.5	54.6	56.5	58.2	59.7	61.1	62.4	63.6	64.6	65.0	65.4	65.8	66.2	66.6	2.00
2.25	60.7	62.5	64.1	65.6	66.8	68.0	69.1	70.0	70.9	71.3	71.6	71.9	72.2	72.5	2.25
2.50	67.9	69.4	70.8	72.0	73.1	74.0	74.9	75.7	76.4	76.7	77.0	77.2	77.5	77.7	2.50
2.75	74.2	75.4	76.6	77.5	78.4	79.2	79.9	80.5	81.1	81.4	81.6	81.8	82.0	82.2	2.75
3.00	79.5	80.5	81.4	82.2	82.9	83.5	84.1	84.6	85.1	85.3	85.4	85.6	85.8	85.9	3.00
3.50	87.6	88.3	88.8	89.3	89.7	90.1	90.5	90.8	91.1	91.2	91.3	91.4	91.5	91.6	3.50
4.00	92.9	93.3	93.6	93.9	94.2	94.4	94.6	94.8	94.9	95.0	95.0	95.1	95.2	95.2	4.00
4.50	96.2	96.4	96.6	96.7	96.9	97.0	97.1	97.2	97.3	97.3	97.3	97.4	97.4	97.4	4.50
5.00	98.1	98.2	98.3	98.3	98.4	98.5	98.5	98.6	98.6	98.6	98.6	98.7	98.7	98.7	5.00

*Desvio padrão vezes raiz quadrada do tempo

CONTINUAÇÃO

	.92	.94	.96	.98	1.00	1.02	1.04	1.06	1.08	1.10	1.12	1.14	1.16	1.18	1.20	
.05	.1	.3	.6	1.2	2.0		4.5	6.0	7.5	9.1	10.7	12.3	13.8	15.3	16.7	.05
.10	1.2	1.7	2.3	3.1	4.0		6.1	7.3	8.6	10.0	11.3	12.7	14.1	15.4	16.8	.10
.15	2.8	3.5	4.2	5.1	6.0		8.0	9.1	10.2	11.4	12.6	13.8	15.0	16.2	17.4	.15
.20	4.7	5.4	6.2	7.1	8.0		9.9	10.9	11.9	13.0	14.1	15.2	16.3	17.4	18.5	.20
.25	6.6	7.4	8.2	9.1	9.9		11.8	12.8	13.7	14.7	15.7	16.7	17.7	18.7	19.8	.25
.30	8.6	9.4	10.2	11.1	11.9		13.7	14.6	15.6	16.5	17.4	18.4	19.3	20.3	21.2	.30
.35	10.6	11.4	12.2	13.0	13.9		15.6	16.5	17.4	18.3	19.2	20.1	21.0	21.9	22.7	.35
.40	12.5	13.4	14.2	15.0	15.9		17.5	18.4	19.2	20.1	20.9	21.8	22.6	23.5	24.3	.40
.45	14.5	15.3	16.2	17.0	17.8		19.4	20.3	21.1	21.9	22.7	23.5	24.3	25.1	25.9	.45
.50	16.5	17.3	18.1	18.9	19.7		21.3	22.1	22.9	23.7	24.5	25.3	26.1	26.8	27.6	.50
.55	18.5	19.3	20.1	20.9	21.7		23.2	24.0	24.8	25.5	26.3	27.0	27.8	28.5	29.2	.55
.60	20.5	21.3	22.0	22.8	23.6		25.1	25.8	26.6	27.3	28.1	28.8	29.5	30.2	30.9	.60
.65	22.5	23.2	24.0	24.7	25.5		27.0	27.7	28.4	29.1	29.8	30.5	31.2	31.9	32.6	.65
.70	24.4	25.2	25.9	26.6	27.4		28.8	29.5	30.2	30.9	31.6	32.3	32.9	33.6	34.2	.70
.75	26.3	27.1	27.8	28.5	29.2		30.6	31.3	32.0	32.7	33.3	34.0	34.6	35.3	35.9	.75
.80	28.3	29.0	29.7	30.4	31.1		32.4	33.1	33.8	34.4	35.1	35.7	36.3	36.9	37.5	.80
.85	30.2	30.9	31.6	32.2	32.9		34.2	34.9	35.5	36.2	36.8	37.4	38.0	38.6	39.2	.85
.90	32.0	32.7	33.4	34.1	34.7		36.0	36.6	37.3	37.9	38.5	39.1	39.6	40.2	40.8	.90
.95	33.9	34.6	35.2	35.9	36.5		37.8	38.4	39.0	39.6	40.1	40.7	41.3	41.8	42.4	.95
1.00	35.7	36.4	37.0	37.7	38.3		39.5	40.1	40.7	41.2	41.8	42.4	42.9	43.4	44.0	1.00
1.05	37.6	38.2	38.8	39.4	40.0		41.2	41.8	42.4	42.9	43.5	44.0	44.5	45.0	45.5	1.05
1.10	39.3	40.0	40.6	41.2	41.8		42.9	43.5	44.0	44.5	45.1	45.6	46.1	46.6	47.1	1.10
1.15	41.1	41.7	42.3	42.9	43.5		44.6	45.1	45.6	46.2	46.7	47.2	47.7	48.2	48.6	1.15
1.20	42.9	43.5	44.0	44.6	45.1		46.2	46.7	47.3	47.8	48.3	48.7	49.2	49.7	50.1	1.20
1.25	44.6	45.2	45.7	46.3	46.8		47.8	48.4	48.8	49.3	49.8	50.3	50.7	51.2	51.6	1.25
1.30	46.3	46.8	47.4	47.9	48.4		49.4	49.9	50.4	50.9	51.3	51.8	52.2	52.7	53.1	1.30
1.35	47.9	48.5	49.0	49.5	50.0		51.0	51.5	52.0	52.4	52.9	53.3	53.7	54.1	54.6	1.35
1.40	49.6	50.1	50.6	51.1	51.6		52.6	53.0	53.5	53.9	54.3	54.8	55.2	55.6	56.0	1.40
1.45	51.2	51.7	52.2	52.7	53.2		54.1	54.5	55.0	55.4	55.8	56.2	56.6	57.0	57.4	1.45
1.50	52.8	53.3	53.7	54.2	54.7		55.6	56.0	56.4	56.8	57.2	57.6	58.0	58.4	58.8	1.50
1.55	54.3	54.8	55.3	55.7	56.2		57.0	57.4	57.8	58.2	58.6	59.0	59.4	59.7	60.1	1.55
1.60	55.9	56.3	56.8	57.2	57.6		58.5	58.9	59.2	59.6	60.0	60.4	60.7	61.1	61.4	1.60
1.65	57.3	57.8	58.2	58.6	59.1		59.9	60.2	60.6	61.0	61.4	61.7	62.1	62.4	62.7	1.65
1.70	58.8	59.2	59.7	60.1	60.5		61.2	61.6	62.0	62.3	62.7	63.0	63.4	63.7	64.0	1.70
1.75	60.2	60.7	61.1	61.5	61.8		62.6	62.9	63.3	63.6	64.0	64.3	64.6	64.9	65.3	1.75
2.00	66.9	67.3	67.6	67.9	68.3		68.9	69.2	69.5	69.8	70.0	70.3	70.6	70.8	71.1	2.00
2.25	72.8	73.1	73.4	73.7	73.9		74.4	74.7	74.9	75.2	75.4	75.6	75.8	76.0	76.3	2.25
2.50	78.0	78.2	78.4	78.7	78.9		79.3	79.5	79.7	79.9	80.0	80.2	80.4	80.6	80.7	2.50
2.75	82.4	82.6	82.7	82.9	83.1		83.4	83.6	83.7	83.9	84.0	84.2	84.3	84.4	84.6	2.75
3.00	86.1	86.2	86.4	86.5	86.6		86.9	87.0	87.1	87.3	87.4	87.5	87.6	87.7	87.8	3.00
3.50	91.6	91.7	91.8	91.9	92.0		92.1	92.2	92.3	92.4	92.4	92.5	92.6	92.6	92.7	3.50
4.00	95.3	95.3	95.4	95.4	95.4		95.5	95.6	95.6	95.7	95.7	95.7	95.8	95.8	95.8	4.00
4.50	97.5	97.5	97.5	97.5	97.6		97.6	97.6	97.6	97.7	97.7	97.7	97.7	97.8	97.8	4.50
5.00	98.7	98.7	98.7	98.7	98.8		98.8	98.8	98.8	98.8	98.8	98.8	98.8	98.9	98.9	5.00

	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	1.75	2.00	2.50	
.05	20.0	23.1	25.9	28.6	31.0	33.3	42.9	50.0	60.0	.05
.10	20.0	23.1	25.9	28.6	31.0	33.3	42.9	50.0	60.0	.10
.15	20.4	23.3	26.0	28.6	31.1	33.3	42.9	50.0	60.0	.15
.20	21.2	23.9	26.4	28.9	31.2	33.5	42.9	50.0	60.0	.20
.25	22.3	24.7	27.1	29.4	31.7	33.8	42.9	50.0	60.0	.25
.30	23.5	25.8	28.1	30.2	32.3	34.3	43.1	50.1	60.0	.30
.35	24.9	27.1	29.2	31.2	33.2	35.1	43.5	50.2	60.0	.35
.40	26.4	28.4	30.4	32.3	34.2	36.0	44.0	50.5	60.1	.40
.45	27.9	29.8	31.7	33.5	35.3	37.0	44.6	50.8	60.2	.45
.50	29.5	31.3	33.1	34.8	36.4	38.1	45.3	51.3	60.4	.50
.55	31.0	32.8	34.5	36.1	37.7	39.2	46.1	51.9	60.7	.55
.60	32.6	34.3	35.9	37.5	39.0	40.4	47.0	52.5	61.0	.60
.65	34.2	35.8	37.4	38.9	40.3	41.7	48.0	53.3	61.4	.65
.70	35.8	37.3	38.8	40.3	41.6	43.0	49.0	54.0	61.9	.70
.75	37.4	38.9	40.3	41.7	43.0	44.3	50.0	54.9	62.4	.75
.80	39.0	40.4	41.8	43.1	44.4	45.6	51.1	55.8	63.0	.80
.85	40.6	41.9	43.3	44.5	45.8	46.9	52.2	56.7	63.6	.85
.90	42.1	43.5	44.7	46.0	47.1	48.3	53.3	57.6	64.3	.90
.95	43.7	45.0	46.2	47.4	48.5	49.6	54.5	58.6	65.0	.95
1.00	45.2	46.5	47.6	48.8	49.9	50.9	55.6	59.5	65.7	1.00
1.05	46.8	48.0	49.1	50.2	51.2	52.2	56.7	60.5	66.5	1.05
1.10	48.3	49.4	50.5	51.6	52.6	53.5	57.9	61.5	67.2	1.10
1.15	49.8	50.9	51.9	52.9	53.9	54.9	59.0	62.5	68.0	1.15
1.20	51.3	52.3	53.3	54.3	55.2	56.1	60.2	63.5	68.8	1.20
1.25	52.7	53.7	54.7	55.7	56.6	57.4	61.3	64.5	69.6	1.25
1.30	54.1	55.1	56.1	57.0	57.9	58.7	62.4	65.5	70.4	1.30
1.35	55.6	56.5	57.4	58.3	59.1	59.9	63.5	66.5	71.1	1.35
1.40	56.9	57.9	58.7	59.6	60.4	61.2	64.6	67.5	71.9	1.40
1.45	58.3	59.2	60.0	60.9	61.6	62.4	65.7	68.4	72.7	1.45
1.50	59.7	60.5	61.3	62.1	62.9	63.6	66.8	69.4	73.5	1.50
1.55	61.0	61.8	62.6	63.3	64.1	64.7	67.8	70.3	74.3	1.55
1.60	62.3	63.1	63.8	64.5	65.2	65.9	68.8	71.3	75.1	1.60
1.65	63.5	64.3	65.0	65.7	66.4	67.0	69.9	72.2	75.9	1.65
1.70	64.8	65.5	66.2	66.9	67.5	68.2	70.9	73.1	76.6	1.70
1.75	66.0	66.7	67.4	68.0	68.7	69.2	71.9	74.0	77.4	1.75
2.00	71.7	72.3	72.9	73.4	73.9	74.4	76.5	78.3	81.0	2.00
2.25	76.8	77.2	77.7	78.1	78.5	78.9	80.6	82.1	84.3	2.25
2.50	81.1	81.5	81.9	82.2	82.6	82.9	84.3	85.4	87.2	2.50
2.75	84.9	85.2	85.5	85.8	86.0	86.3	87.4	88.3	89.7	2.75
3.00	88.1	88.3	88.5	88.8	89.0	89.2	90.0	90.7	91.8	3.00
3.50	92.8	93.0	93.1	93.3	93.4	93.5	94.0	94.4	95.1	3.50
4.00	95.9	96.0	96.1	96.2	96.2	96.3	96.6	96.8	97.2	4.00
4.50	97.8	97.9	97.9	97.9	98.0	98.0	98.2	98.3	98.5	4.50
5.00	98.9	98.9	98.9	99.0	99.0	99.0	99.1	99.1	99.2	5.00

TABELA 2 - Black-Scholes para o delta de uma opção *call*

Preço da ação dividido pelo VP (preço de exercício)

	.40	.45	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.82	.84	.86	.88	.90	
.05	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.6	1.9	.05
.10	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.2	1.5	2.7	4.5	7.2	11.0	15.8	.10
.15	.0	.0	.0	.0	.0	.3	1.1	3.3	7.9	10.6	13.8	17.6	21.9	26.5	.15
.20	.0	.0	.0	.2	.7	2.0	4.6	9.0	15.5	18.6	22.0	25.7	29.5	33.5	.20
.25	.0	.1	.4	1.2	2.8	5.5	9.7	15.3	22.1	25.2	28.4	31.6	35.0	38.3	.25
.30	.2	.6	1.5	3.3	6.0	9.9	14.9	20.9	27.6	30.4	33.3	36.2	39.1	42.0	.30
.35	.7	1.8	3.6	6.3	9.9	14.6	19.9	25.9	32.2	34.8	37.3	39.9	42.5	45.0	.35
.40	1.8	3.6	6.3	9.8	14.1	19.0	24.5	30.2	36.0	38.4	40.7	43.0	45.2	47.5	.40
.45	3.5	6.1	9.4	13.5	18.1	23.2	28.5	33.9	39.3	41.4	43.5	45.6	47.6	49.6	.45
.50	5.7	8.9	12.8	17.2	22.0	23.3	32.2	37.2	42.2	44.2	46.1	47.9	49.8	51.6	.50
.55	8.2	12.0	16.2	20.8	25.7	30.6	35.4	40.2	44.8	46.6	48.3	50.0	51.7	53.3	.55
.60	11.0	15.1	19.6	24.3	29.1	33.8	38.4	42.9	47.1	48.8	50.4	51.9	53.5	55.0	.60
.65	13.9	18.3	22.9	27.6	32.2	36.8	41.1	45.3	49.3	50.8	52.3	53.7	55.1	56.5	.65
.70	16.9	21.5	26.1	30.7	35.2	39.5	43.7	47.6	51.2	52.7	54.0	55.4	56.6	57.9	.70
.75	19.9	24.5	29.1	33.6	38.0	42.1	46.0	49.7	53.1	54.4	55.7	56.9	58.1	59.3	.75
*.80	22.8	27.5	32.0	36.4	40.6	44.5	48.2	51.6	54.8	56.0	57.2	58.4	59.5	60.6	.80
.85	25.7	30.3	34.8	39.0	43.0	46.7	50.2	53.4	56.5	57.6	58.7	59.8	60.8	61.8	.85
.90	28.5	33.1	37.4	41.5	45.3	48.9	52.1	55.2	58.0	59.1	60.1	61.1	62.1	63.0	.90
.95	31.2	35.7	40.0	43.9	47.5	50.9	54.0	56.8	59.5	60.5	61.5	62.4	63.3	64.2	.95
1.00	33.9	38.3	42.3	46.1	49.6	52.8	55.7	58.4	60.9	61.9	62.8	63.7	64.5	65.3	1.00
1.05	36.4	40.7	44.6	48.2	51.5	54.6	57.4	59.9	62.3	63.2	64.0	64.9	65.7	66.4	1.05
1.10	38.9	43.0	46.8	50.3	53.4	56.3	58.9	61.4	63.6	64.4	65.2	66.0	66.8	67.5	1.10
1.15	41.2	45.2	48.9	52.2	55.2	57.9	60.4	62.7	64.8	65.6	66.4	67.1	67.9	68.6	1.15
1.20	43.5	47.4	50.9	54.1	56.9	59.5	61.9	64.1	66.1	66.8	67.5	68.2	68.9	69.6	1.20
1.25	45.7	49.4	52.8	55.8	58.6	61.0	63.3	65.4	67.2	67.9	68.6	69.3	69.9	70.6	1.25
1.30	47.8	51.4	54.6	57.5	60.1	62.5	64.6	66.6	68.4	69.1	69.7	70.3	70.9	71.5	1.30
1.35	49.9	53.3	56.4	59.2	61.7	63.9	65.9	67.8	69.5	70.1	70.7	71.3	71.9	72.5	1.35
1.40	51.8	55.2	58.1	60.8	63.1	65.3	67.2	69.0	70.6	71.2	71.8	72.3	72.9	73.4	1.40
1.45	53.7	56.9	59.8	62.3	64.5	66.6	68.4	70.1	71.6	72.2	72.7	73.3	73.8	74.3	1.45
1.50	55.5	58.6	61.3	63.7	65.9	67.8	69.6	71.2	72.6	73.2	73.7	74.2	74.7	75.2	1.50
1.55	57.3	60.3	62.8	65.1	67.2	69.0	70.7	72.2	73.6	74.1	74.6	75.1	75.6	76.0	1.55
1.60	59.0	61.8	64.3	66.5	68.5	70.2	71.8	73.2	74.6	75.0	75.5	76.0	76.4	76.9	1.60
1.65	60.6	63.3	65.7	67.8	69.7	71.4	72.9	74.2	75.5	76.0	76.4	76.8	77.3	77.7	1.65
1.70	62.2	64.8	67.1	69.1	70.9	72.5	73.9	75.2	76.4	76.8	77.3	77.7	78.1	78.5	1.70
1.75	63.7	66.2	68.4	70.3	72.0	73.5	74.9	76.1	77.3	77.7	78.1	78.5	78.9	79.2	1.75
2.00	70.6	72.6	74.3	75.8	77.2	78.4	79.4	80.4	81.3	81.6	81.9	82.2	82.5	82.8	2.00
2.25	76.4	77.9	79.3	80.5	81.5	82.5	83.3	84.1	84.8	85.0	85.3	85.5	85.7	86.0	2.25
2.50	81.2	82.4	83.5	84.4	85.2	85.9	86.6	87.2	87.7	87.9	88.1	88.3	88.5	88.6	2.50
2.75	85.1	86.1	86.9	87.6	88.3	88.8	89.3	89.8	90.2	90.4	90.5	90.7	90.8	90.9	2.75
3.00	88.4	89.1	89.8	90.3	90.8	91.3	91.6	92.0	92.3	92.4	92.5	92.6	92.7	92.9	3.00
3.50	93.2	93.6	94.0	94.3	94.6	94.8	95.0	95.2	95.4	95.5	95.5	95.6	95.7	95.7	3.50
4.00	96.2	96.4	96.6	96.8	96.9	97.1	97.2	97.3	97.4	97.4	97.5	97.5	97.5	97.6	4.00
4.50	98.0	98.1	98.2	98.3	98.4	98.4	98.5	98.6	98.6	98.6	98.6	98.7	98.7	98.7	4.50
5.00	99.0	99.0	99.1	99.1	99.2	99.2	99.2	99.3	99.3	99.3	99.3	99.3	99.3	99.3	5.00

*Desvio padrão vezes raiz quadrada do tempo

CONTINUAÇÃO

	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	1.75	2.00	2.50	
.05	100.	100.	100.	100.	100.	100.	100.	100.	100.	100.	.05
.10	96.9	98.9	99.6	99.9	100.	100.	100.	100.	100.	100.	.10
.15	90.2	94.1	96.6	98.1	99.0	99.5	99.7	100.	100.	100.	.15
.20	84.4	88.8	92.1	94.5	96.3	97.5	98.3	99.8	100.	100.	.20
.25	80.4	84.6	88.0	90.7	92.9	94.6	96.0	99.1	99.8	100.	.25
.30	77.6	81.4	84.7	87.5	89.8	91.8	93.3	97.8	99.3	99.9	.30
.35	75.7	79.2	82.2	84.9	87.2	89.2	90.9	96.2	98.4	99.7	.35
.40	74.4	77.6	80.4	82.9	85.1	87.1	88.8	94.5	97.3	99.4	.40
.45	73.6	76.5	79.0	81.4	83.5	85.3	87.0	92.9	96.1	98.8	.45
.50	73.1	75.7	78.1	80.2	82.2	84.0	85.6	91.5	94.9	98.1	.50
.55	72.8	75.2	77.4	79.4	81.2	82.9	84.4	90.2	93.8	97.4	.55
.60	72.7	74.9	77.0	78.8	80.5	82.1	83.5	89.1	92.7	96.6	.60
.65	72.8	74.8	76.7	78.4	80.0	81.5	82.9	88.2	91.8	95.9	.65
.70	72.9	74.8	76.6	78.2	79.7	81.1	82.4	87.5	91.0	95.1	.70
.75	73.2	74.9	76.6	78.1	79.5	80.8	82.0	86.9	90.3	94.5	.75
.80	73.5	75.1	76.7	78.1	79.4	80.6	81.8	86.4	89.7	93.9	.80
.85	73.9	75.4	76.8	78.2	79.4	80.6	81.6	86.1	89.3	93.4	.85
.90	74.3	75.7	77.1	78.3	79.5	80.6	81.6	85.8	88.9	92.9	.90
.95	74.8	76.1	77.4	78.5	79.6	80.7	81.6	85.6	88.6	92.5	.95
1.00	75.2	76.5	77.7	78.8	79.9	80.8	81.7	85.5	88.4	92.2	1.00
1.05	75.8	77.0	78.1	79.1	80.1	81.0	81.9	85.5	88.2	91.9	1.05
1.10	76.3	77.4	78.5	79.5	80.4	81.3	82.1	85.5	88.1	91.7	1.10
1.15	76.8	77.9	78.9	79.8	80.7	81.5	82.3	85.6	88.1	91.5	1.15
1.20	77.4	78.4	79.4	80.2	81.1	81.8	82.6	85.7	88.1	91.4	1.20
1.25	78.0	78.9	79.8	80.7	81.4	82.2	82.9	85.8	88.1	91.3	1.25
1.30	78.5	79.4	80.3	81.1	81.8	82.5	83.2	86.0	88.2	91.2	1.30
1.35	79.1	80.0	80.8	81.5	82.2	82.9	83.5	86.2	88.3	91.2	1.35
1.40	79.7	80.5	81.3	82.0	82.6	83.3	83.9	86.4	88.4	91.2	1.40
1.45	80.3	81.0	81.8	82.4	83.1	83.7	84.2	86.7	88.6	91.3	1.45
1.50	80.8	81.6	82.2	82.9	83.5	84.1	84.6	86.9	88.7	91.3	1.50
1.55	81.4	82.1	82.7	83.4	83.9	84.5	85.0	87.2	88.9	91.4	1.55
1.60	82.0	82.6	83.2	83.8	84.4	84.9	85.4	87.5	89.1	91.5	1.60
1.65	82.5	83.2	83.7	84.3	84.8	85.3	85.8	87.8	89.3	91.6	1.65
1.70	83.1	83.7	84.2	84.8	85.3	85.7	86.2	88.1	89.6	91.8	1.70
1.75	83.6	84.2	84.7	85.2	85.7	86.2	86.6	88.4	89.8	91.9	1.75
2.00	86.2	86.7	87.1	87.5	87.9	88.2	88.5	90.0	91.1	92.8	2.00
2.25	88.6	89.0	89.3	89.6	89.9	90.1	90.4	91.5	92.4	93.7	2.25
2.50	90.7	91.0	91.2	91.5	91.7	91.9	92.1	93.0	93.7	94.7	2.50
2.75	92.5	92.7	92.9	93.1	93.3	93.4	93.6	94.3	94.8	95.6	2.75
3.00	94.1	94.2	94.4	94.5	94.7	94.8	94.9	95.4	95.8	96.4	3.00
3.50	96.4	96.5	96.6	96.7	96.8	96.8	96.9	97.2	97.4	97.8	3.50
4.00	98.0	98.0	98.1	98.1	98.1	98.2	98.2	98.4	98.5	98.7	4.00
4.50	98.9	98.9	99.0	99.0	99.0	99.0	99.0	99.1	99.2	99.3	4.50
5.00	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.6	99.6	5.00

TABELA 3 - Dados de entrada para o projeto da indústria química X

DADOS DE ENTRADA	
Vida útil do projeto (anos)	10
Taxa de desconto (% ao ano)	42
BENEFÍCIOS (US\$ por ano)	
Redução no consumo específico de energia	695,537
Redução do custo de energia na ponta	221,738
Redução de custo de manutenção e operação	1,650,000
BENEFÍCIO TOTAL (US\$ por ano)	2,567,275
CUSTOS (US\$)	
Engenharia básica	600,000
Detalhamento e projeto	500,000
Equipamentos	5,050,000
Materiais	900,000
Construção civil	250,000
Montagem	450,000
Comissionamento e outros	100,000
CUSTO TOTAL (US\$)	7,850,000
FINANCIAMENTO	
Valor (% do custo)	70
Prazo (anos)	5
Taxa (% ao ano)	20

TABELA 4 - Cálculo do VPL para a indústria química X

FLUXO DE CAIXA DO PROJETO (anos)	0	1	2	3
Benefício total (US\$)	-	2,567,275	2,567,275	2,567,275
Valor do financiamento	5,495,000	-	-	-
Custo total (US\$)	7,850,000	-	-	-
Pagamento do financiamento	-	1,837,416	1,837,416	1,837,416
Valor líquido (US\$)	(2,355,000)	729,859	729,859	729,859
VPL (US\$)	1,787,182			
	4	5	6...9	10
Benefício total (US\$)	2,567,275	2,567,275	2,567,275	2,567,275
Valor do financiamento	-	-	-	-
Custo total (US\$)	-	-	-	-
Pagamento do financiamento	1,837,416	1,837,416	-	-
Valor líquido (US\$)	729,859	729,859	2,567,275	2,567,275

BIBLIOGRAFIA

- .Brealey, Richard e Stewart Myers: Princípios de Finanças Empresariais, terceira edição, editora MacGRAW-Hill de Portugal.
- .Dixit, Avinash e Robert Pindyck: Investment under Uncertainty.
- .Hull, John C.: Options Futures and other Derivatives, terceira edição, editora Prentice-Hall.
- .Koller, Copeland e J. Murrin (1980): Valuation- Measuring and Managing the Value of Companies.
- .Luehrman, Timothy (julho - agosto 1998): Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers, Harvard Business Review.
- . Luehrman, Timothy (setembro - outubro 1998): Strategy as a Portfolio of Real Options, Harvard Business Review.
- .Trigeorgis, Lenos (1996): Real Options, Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation, The MIT Press Cambridge, Massachusetts, London, England.