

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO**

**DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO**

**O RENDIMENTO DE CONVENIÊNCIA E SUA RELAÇÃO COM OS  
ESTOQUES NO MERCADO DE ALUMÍNIO**

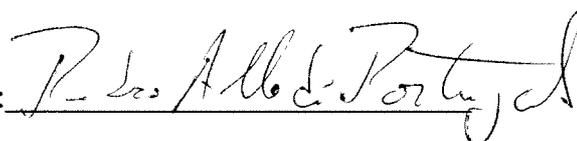
Pedro Aledi Portugal

No. de matrícula: 9314284/4

Orientador: Márcio Garcia

NOVEMBRO DE 1997

Assinatura do Autor:



**“As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor”**

## ÍNDICE

Capítulo I	
Introdução.....	página 4
Capítulo II	
Precificação Através do Modelo CAPM.....	página 7
Capítulo III	
Precificação por Ausência de Arbitragem.....	página 13
Capítulo IV	
O Rendimento de Conveniência.....	página 21
Capítulo V	
Metodologia de Cálculo.....	página 28
Capítulo VI	
Resultado dos Cálculos.....	página 33
Capítulo VII	
Conclusão.....	página 47
Bibliografia.....	página 49

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Dois bens idênticos devem ter o mesmo valor em um determinado momento do tempo. Se esta igualdade não ocorrer os indivíduos que a percebem podem comprar o bem no mercado onde este se encontra barato e vendê-lo onde está caro. Também é possível que agentes do mercado queiram comprar o bem e estoca-lo para venda futura, na esperança de que o seu valor suba. O contrário também é possível, ou seja, os agentes podem vender mercadorias se acreditarem que seu preço irá se reduzir. Após esta redução esses indivíduos recomprariam o bem vendido, recompondo seus estoques e obtendo lucro. É importante notar que ao estocar um bem os participantes do mercado incorrem em custos de armazenagem, seguro, juros e outros, que devem ser levados em conta no processo de decisão sobre o que fazer com os estoques.

Existe um fato curioso na relação entre mercados a vista e de futuros. Muitas vezes é observado que o preço de um bem no mercado futuro não reflete os custos de se comprar este bem no mercado a vista e estoca-lo até a data futura, o que levaria agentes do mercado a tentar obter lucro vendendo no mercado a vista e comprando contratos no mercado futuro. Se essa for um a estratégia sempre realizada a diferença entre o preço a vista e futuro sempre refletiria o custo de se manter o estoque do bem. Porém, isso não é verdade, já que é observado que esta diferença é constante. A aparente contradição foi explicada por Keynes em seu “Tratado sobre a Moeda” como derivada do fato que quando os produtores usam mercados futuros para se proteger de uma variação negativa nos preços eles pagam um prêmio aos especuladores, que “venderiam um seguro” aos produtores. Após o estudo de Keynes outros autores tentaram explicar essa contradição. Chegou-se a conclusão de que na verdade os agentes que possuem os bens não estão dispostos a vendê-los e comprar contratos futuros porque atribuem um valor ao estoque maior do que o seu valor contábil. A este valor acima do valor contábil é dado o nome de rendimento de conveniência, ou *convenience yield*.

O objetivo desta monografia está em medir este *convenience yield* para o mercado de alumínio e relaciona-lo com os estoques do metal. É

esperado que quanto maior o estoque do metal menor seja a conveniência de mantê-los.

Ao fazerem as operações propostas no início do capítulo os agentes precisariam de uma teoria para determinar os preços a serem pagos ou cobrados pelos bem nos mercados a vista e futuro (ou a termo). O capítulo II mostra porque não podemos usar o modelo CAPM desenvolvido por Sharpe (1964) nesta precificação. No capítulo seguinte é desenvolvido uma forma alternativa de se precificar esses derivativos: a “precificação por ausência de arbitragem”. Aqui chega-se a conclusão de que para mercadorias de consumo, as *commodities*, o rendimento de conveniência tem uma importante participação na determinação do preço.

O capítulo IV apresenta o rendimento de conveniência mais detalhadamente e o trabalho de diferentes autores sobre este tema. No capítulo V é desenvolvido o método de cálculo desta variável. Já o capítulo VI dá os resultados desses cálculos, mostrando as conclusões sobre a relação entre o *convenience yield* e os estoques. O capítulo VII resume e conclui o trabalho.

## CAPÍTULO II

### PRECIFICAÇÃO ATRAVÉS DO MODELO CAPM

O uso do *Capital Asset Pricing Model* para a determinação de preços em mercados de futuros (ou a termo) já foi discutido por Dusak (1973)<sup>1</sup>, Bodie e Rosansky (1980)<sup>2</sup>, Carter, Rausser e Schmitz (1983)<sup>3</sup> e Stein (1986)<sup>4</sup>. A conclusão que se chega é que este não é um modelo adequado para ser usado na precificação desses mercados. Dusak parte do princípio que os contratos futuros não são diferentes do que qualquer outro instrumento financeiro e são todos candidatos a serem incluídos no portfólio de um investidor. Ela usa o modelo desenvolvido por Sharpe (1964) para generalizar a formulação Keynesiana e determinar o retorno do investidor, tendo como portfólio de mercado o Standard and Poor's

---

<sup>1</sup> Dusak, Katherine. *Futures Trading and Investor Returns: An Investigation of Commodity Market Risk Premiums*. Journal of Political Economy, volume 81 (novembro/dezembro de 1973), páginas 1387-1406.

<sup>2</sup> Bodie, Zvi e Rosansky, Victor I. *Risk and Returns in Commodity Futures*. Financial Analysts Journal (maio/junho de 1980), páginas 27-39.

<sup>3</sup> Carter, Colin A., Rausser, Gordon C. e Schmitz, Andrew. *Efficient Asset Portfolios and the Theory of Normal Backwardation*. Journal of Political Economy, volume 91 número 2 (abril de 1983), páginas 319-331.

<sup>4</sup> Stein, Jerome. 1987. *The Economics of Futures Markets*. New York: Basil Blackwell.

(S&P) 500 Index. Assim como na hipótese de Keynes, no trabalho de Dusak está implicitamente assumido que os especuladores estão sempre liquidamente comprados. Se ela usa o índice S&P 500 como portfólio de mercado, também está implicitamente assumido que o portfólio diversificado dos investidores (especuladores ou não) contém apenas ações.

A conclusão do trabalho de Dusak é no mínimo curiosa. Ela regride o retorno das diferentes *commodities* de seu estudo contra uma constante e contra a diferença entre o retorno do S&P 500 e o retorno de um T-Bill de 15 dias. A constante, que deveria representar a taxa de juros sem risco no modelo CAPM, é significativamente diferente de zero, mesmo para o intervalo de confiança de 99%. O mesmo já não ocorre com o coeficiente que relaciona o excesso de retorno do S&P 500 sobre a T-Bill com o retorno das *commodities*. Apenas um dos dezesseis contratos analisados apresenta coeficiente significativamente diferente de zero, o que leva a autora a concluir que contratos futuros não tem risco sistêmico (beta é igual a zero).

Dois problemas surgem desta análise. O primeiro é que não é verdade que os especuladores estão sempre liquidamente comprados e o segundo está no fato que o Índice S&P 500 não inclui explicitamente o valor das

*commodities* agrícolas abordadas no estudo. Bodie e Rosansky tentam resolver o segundo problema construindo um portfólio de *commodities* e avaliando diferentes ponderações entre o S&P 500 e este portfólio. Na análise desses autores existe uma correlação negativa entre o portfólio de *commodities* e o S&P 500, o que levaria a uma redução do risco através da diversificação. A conclusão é que é possível reduzir o desvio padrão em um terço sem sacrificar o retorno se o investidor trocar um portfólio que contenha apenas ações por um que tenha 40 por cento de *commodities* e 60 por cento de ações. É importante notar que o portfólio usado por esses autores assume apenas posições compradas em contratos futuros. Se existe lucro em assumir essas posições é porque o valor dos contratos futuros sobe mais rápido que o preço à vista, o que dá suporte a hipótese Keynesiana de *normal backwardation*<sup>5</sup>, segundo a conclusão dos autores.

Apesar de resolver o problema causado pelo portfólio de mercado usado por Dusak, Bodie e Rosansky ainda assumem que os investidores estão liquidamente comprados. Carter, Rausser e Schmitz refazem os cálculos de Dusak, mas modificam o CAPM de forma que os investidores possam assumir posições compradas e vendidas. Além disso, eles também usam como portfólio de mercado uma combinação entre ações e *commodities* e investigam outros mercados além dos

---

<sup>5</sup> Esta hipótese será apresentada mais adiante.

analisados por Dusak. Eles concluem que o risco sistêmico das mesmas *commodities* analisadas por Dusak é positivo. Outras *commodities* também apresentaram o mesmo comportamento. No caso do algodão o resultado é surpreendente: o grau de risco sistêmico é condicionado pelo fato do investidor estar comprado ou vendido.

Apesar desses dados, Stein conclui que o modelo CAPM não pode ser usado para a precificação de mercados futuros (ou a termo). Ele parte das hipótese do modelo para mostrar que essas não são satisfeitas quando estamos tratando desses mercados. As falhas encontradas no CAPM são as seguintes:

1. Uma implicação do modelo é que os investidores possuem ativos arriscados na mesma proporção em que esses ativos estão disponíveis no mercado. Esta implicação não faz sentido nos mercados futuros porque o número de contratos em aberto está igualmente dividido entre comprados e vendidos, resultando num posição líquida zerada. Não é possível que os comprados e os vendidos possuam portfólios que tenham os ativos de mercado na mesma proporção.
2. O modelo CAPM assume que a quantidade de ativos negociáveis é predeterminada e que os preços se ajustam para equilibrar a oferta e a demanda por esses ativos. Em mercados futuros o número de contratos

em aberto varia muito, dependendo da quantidade de participantes que desejam entrar no mercado. A quantidade e o preço dos contratos futuros sendo negociados são determinados simultaneamente.

3. Grande parte dos negócios é realizada nos contratos que estão próximos a vencer. O modelo CAPM não explica este tipo de concentração da demanda e da oferta.
4. As demandas dos diferentes agentes do mercado são diferentes. É observado que em média os intermediários estão liquidamente comprados enquanto os produtores liquidamente vendidos. Os especuladores podem estar em ambas posições. O CAPM não explica esta característica da demanda por contratos futuros.
5. Stein argumenta que o texto de Bodie e Rosansky supracitado não é lógico porque a taxa de retorno para o agente comprado é igual a menos a taxa de retorno para o agente vendido. Assim, não seria possível que ambos reduzissem o risco sem sacrificar retorno esperado. Ele conclui que o resultado alcançado por Bodie e Rosansky é uma simulação de uma situação que no mundo real não pode existir.

É importante notar que esta conclusão é falha. No trabalho de Bodie e Rosansky a simulação é feita a partir de uma estratégia de apenas comprar contratos futuros, não sendo avaliada a possibilidade dos participantes venderem esses contratos. É claro que este trabalho também é falho em demonstrar o poder do CAPM para precificar este

mercado, já que não inclui uma avaliação do retorno dos agentes que vendem os contratos. Apesar disso, Stein não pode concluir que o trabalho de Bodie e Rosansky é uma simulação sobre uma situação que não pode existir simplesmente pelo fato que a simulação não inclui a venda de contratos futuros, portanto é uma situação que pode existir.

6. Muitos produtores usam o mercado a termo ao invés do mercado futuro nas transações com os intermediários. O CAPM não explica esta situação.

Este ponto mostra que não existe apenas um mercado para os *hedgers* (aqueles que procuram o mercado de derivativos para se proteger de uma variação nos preços) se protegerem.

Pelas razões explicitas acima o modelo CAPM não pode ser usado para a precificação de contratos futuros (ou a termo). No próximo capítulo é discutida uma forma alternativa de precificar esses derivativos.

### CAPÍTULO III

#### PRECIFICAÇÃO POR AUSÊNCIA DE ARBITRAGEM

Um método bastante difundido de precificação de ativos financeiros é o chamado “precificação por ausência de arbitragem”. Neste método se supõe que os agentes do mercado (especuladores, arbitradores e *hedgers* - aqueles que procuram mercados financeiros para obterem uma proteção contra variação de preços) estão atentos a todas as oportunidades de arbitragem e irão sempre auferí-las. Assim, o preço dos ativos nunca estará fora de determinado patamar por mais do que alguns instantes.

Para observar se uma oportunidade de arbitragem existe, os participantes do mercado calculam a diferença entre o preço *forward* (a termo) de um ativo e o preço a vista (*spot*), este acrescido de uma taxa de juros que reflete o custo de se manter esta posição. Se o preço do contrato a termo for maior do que o *spot* somado aos juros, uma oportunidade de obtenção lucro sem risco (arbitragem) seria vender o ativo para entrega

futura e tomar dinheiro emprestado para comprar este ativo no mercado a vista. Na data do vencimento do contrato *forward* o agente simplesmente entrega o ativo que possui, recebe o pagamento por isso, paga o empréstimo e os juros e fica com a diferença (já que recebe mais pela venda do contrato a termo do que deve pagar pelo empréstimo). Caso o preço a termo esteja menor do que o *spot* somado aos juros uma operação inversa deve ser feita, ou seja, deve-se comprar um contrato *forward*, vender o ativo no mercado *spot* e aplicar o dinheiro. Quando o contrato *forward* vencer, usa-se o dinheiro aplicado para quita-lo. O agente recebe de volta o ativo que vendeu e obtém lucro porque o dinheiro aplicado somado aos juros recebidos é maior do que o preço pago após o vencimento do contrato *forward*.

Como estas oportunidades de arbitragem sempre serão auferidas e, portanto, não deverão durar mais do que alguns instantes, conclui-se que o preço a termo será sempre igual ao preço a vista somado a taxa de juros. É importante notar que se supõe que os agentes possam tomar emprestado e aplicar a taxa de juros sem risco. Para grandes empresas financeiras esta hipótese é geralmente aceita.

Estas operações resultam, portanto, na fórmula<sup>6</sup>:

$$F_t = S_t e^{r(T-t)} \quad (1)$$

onde:

F ≡ preço a termo (*forward*)

S ≡ preço a vista (*spot*)

r ≡ taxa de juros sem risco

T ≡ data do vencimento do contrato a termo

t ≡ data atual

Para facilidade de cálculo a taxa de juros usada será composta continuamente.

A análise feita acima é usada para ativos que não pagam dividendos e não tem custo de estocagem. Estes são tipicamente títulos de curto prazo emitidos por governos. Quando passamos a usar o mesmo método para ativos que possuem custo de estocagem verificamos que é preciso adicionar este fator no cálculo de precificação do contrato *forward*. Assim, este custo será somado ao valor do contrato *spot*, se for um custo fixo, ou a da taxa de juros, se for proporcional ao preço do ativo.

---

<sup>6</sup> Equações demonstradas em: HULL, John. 1993 *Options, Futures, and Other Derivative Securities*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

A operação de arbitragem seria a mesma, com a diferença de que o valor teórico do contrato a termo refletirá este custo de estocagem. Os participantes do mercado venderiam o contrato *forward* se este estivesse mais caro do que o *spot* somado aos custos de estocagem e aos juros devidos e comprariam o *forward* se fosse mais barato. Os ativos que tem custo de estocagem e que são negociados em bolsas de futuros, ou através de contratos *forward*, são geralmente *commodities*, como metais e grãos.

Neste caso, as operações de arbitragem resultariam nas fórmulas:

Se o custo de estocagem for fixo:

$$F_t = (S_t + U)e^{r(T-t)} \quad (2)$$

onde  $U \equiv$  valor presente de todos os custos de estocagem.

Ou, se o custo de estocagem for uma porcentagem do preço do ativo:

$$F_t = S_t e^{(r+u)(T-t)} \quad (3)$$

onde "u" seria esta porcentagem.

Entretanto, acontece uma curiosidade quando estamos tratando de *commodities* usadas para consumo, seja industrial, como o cobre ou alumínio, ou alimentar, como o milho ou soja. Muitas vezes é observado que o preço do contrato *forward* não reflete todos os custos que incidem sobre o valor do ativo *spot*. Ou seja, o preço do contrato a termo é muitas

vezes menor do que o preço do ativo a vista somado aos juros e ao custo de estocagem (somatório dos custos de carregamento).

A explicação para esta diferença está no fato que os agentes que possuem esses ativos, os *hedgers*, podem não desejar fazer a operação de arbitragem que consiste em vender no mercado *spot*, aplicar os recursos a taxa de juros sem risco, comprar o número de contratos a termo equivalente a quantidade vendida e, na data do vencimento dos contratos comprados, resgatar os recursos aplicados, pagar e receber o ativo e ficar com a diferença entre o valor resgatado e o preço dos contratos.

Quando as oportunidades de arbitragem não são totalmente auferidas chega-se ao resultado que:

$$F_t \leq (S_t + U)e^{r(T-t)} \quad (4)$$

ou,

$$F_t \leq S_t e^{(r+u)(T-t)} \quad (5)$$

Dependendo de como é calculado o custo de estocagem.

O gráfico 1 mostra uma representação da inequação (4) para o mercado de alumínio. O gráfico apresenta a diferença entre o preço do contrato *forward* (3 meses) do alumínio no LME e o custo de

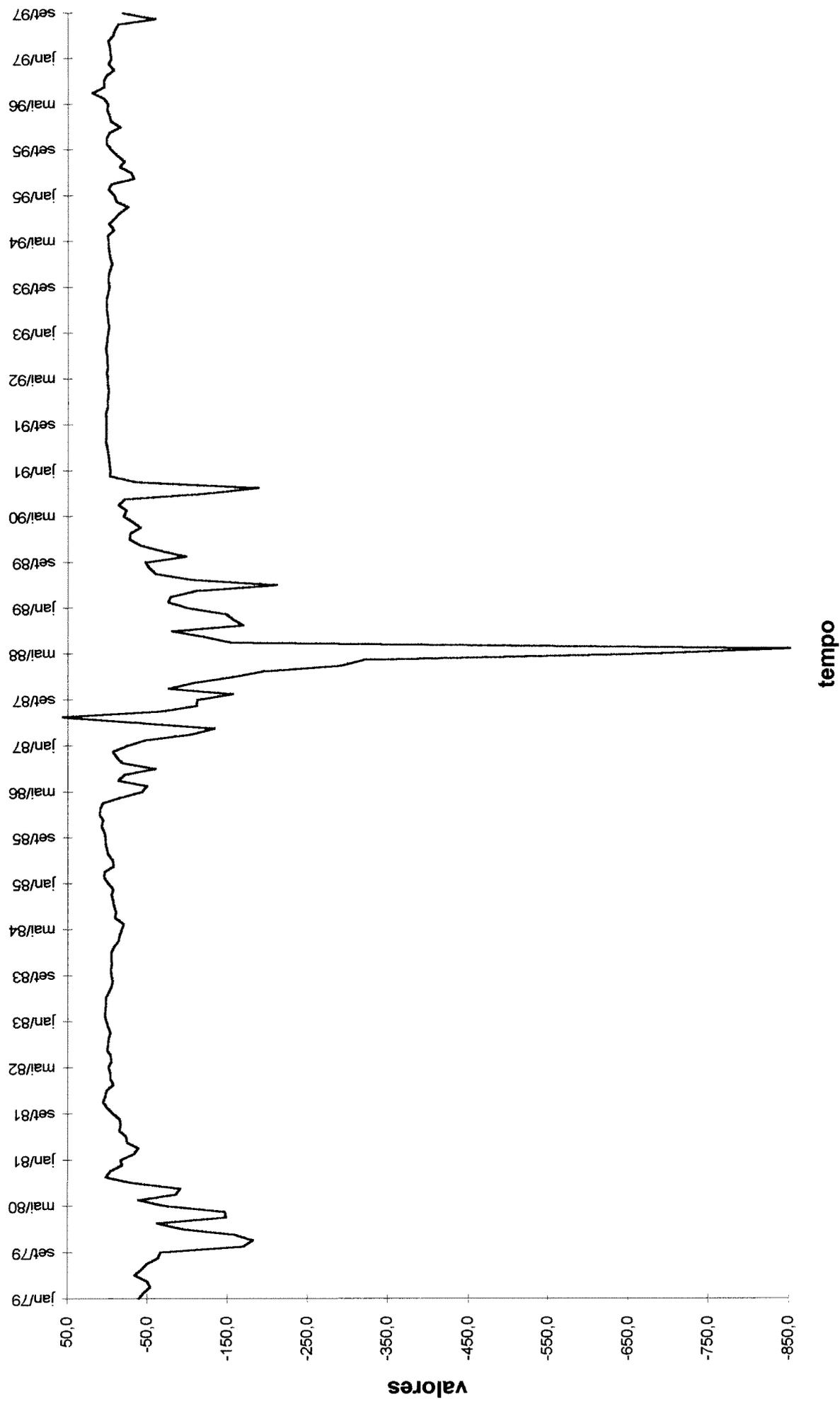
carregamento<sup>7</sup>. Apenas em alguns poucos períodos esta diferença foi positiva. Na média o somatório dos custos de carregamento excedem o valor do contrato a termo em US\$37.33 por tonelada. O gráfico 2 mostra a variação dos preços nos mercados a vista e a termo de alumínio. Apesar desses preços estarem constantemente próximos isso não acontece em alguns períodos, como em maio e junho de 1988 quando o preço *spot* apresentou um prêmio significativo sobre o preço *forward*. É importante notar que neste período a diferença entre o somatório dos custos de carregamento e o preço *forward* foi a maior já observada (ver gráfico 1).

A situação aonde o preço do contrato a termo (ou futuro) não cobre todos os custos de carregamento acontece devido ao fato que os *hedgers* atribuem valor a deter estoques e cria um problema de cálculo, já que há vários valores que resolvem as inequações. A este valor atribuído a detenção de estoques dá-se o nome de *convenience yield*, ou rendimento de conveniência.

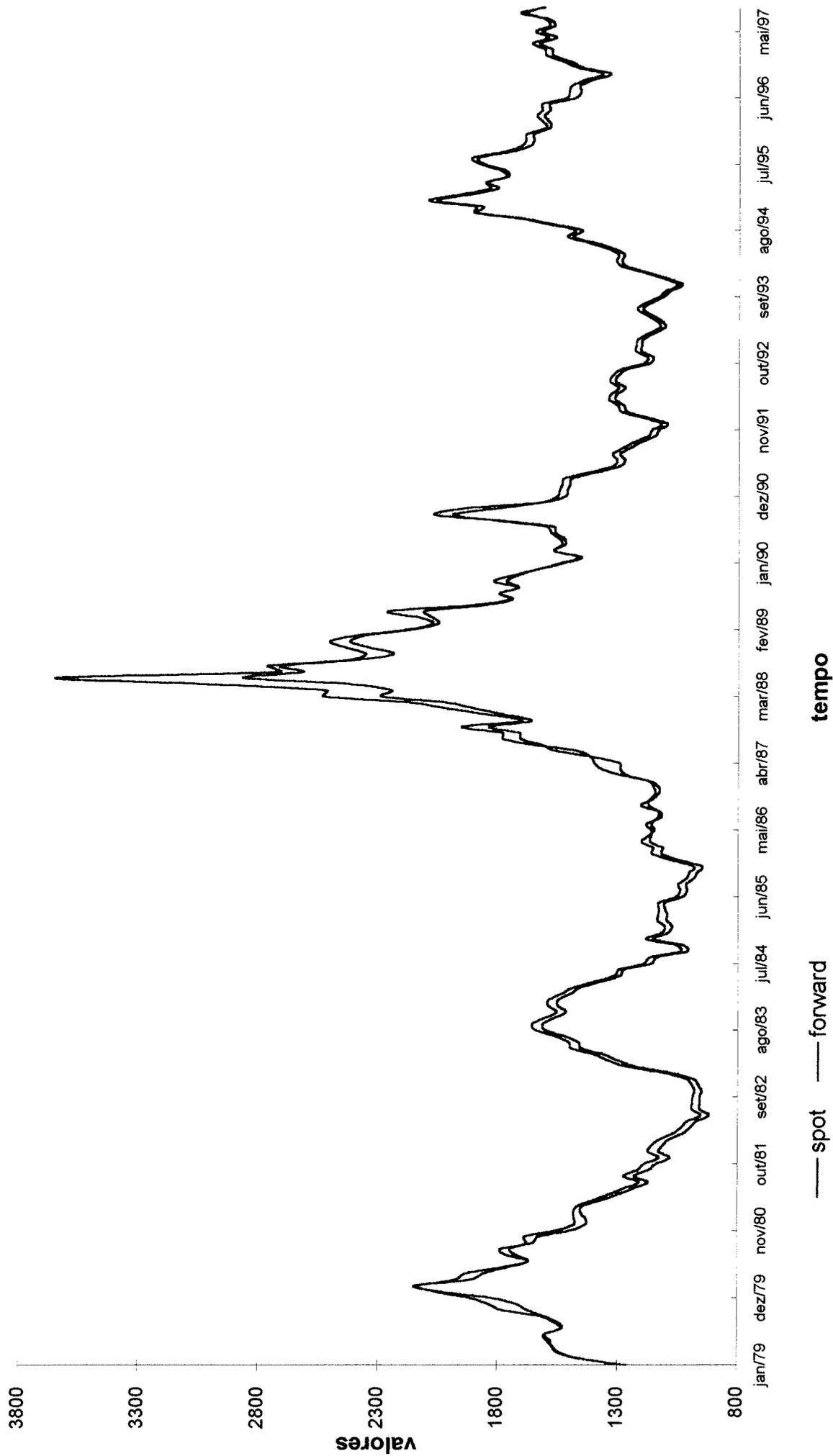
---

<sup>7</sup> A taxa de juros usada é de uma Treasury Bill de 3 meses. O cálculo do custo de estocagem será explicado mais adiante

**Gráfico 1: Preço "Forward" menos Custo de Carregamento**



**Gráfico 2: Preço Forward x Preço Spot**



## CAPÍTULO IV

### O RENDIMENTO DE CONVENIÊNCIA

Supondo que os participantes do mercado que tentam proteger o valor de seus portfólios (os *hedgers*) são racionais, eles só não farão a operação de arbitragem descrita no capítulo anterior se obtiverem um ganho por não fazê-la. Este ganho pode estar associado a “habilidade de obter lucro devido a escassez temporária ou da habilidade de manter o processo produtivo funcionando”<sup>8</sup>, por exemplo, e é chamado de rendimento de conveniência, ou *convenience yield*. Em outras palavras, manter estoques tem um valor maior do que o valor contábil dos ativos. Deve-se levar em conta também que sem estoques o produtor da *commodity* não poderá entregar a mercadoria a seus clientes (que certamente poderá trocar de fornecedor) nem o processador poderá entregá-la aos consumidores finais. Existe uma demanda por um fluxo de mercadorias que não é necessariamente igual ao fluxo de produção. É

conveniente manter estoques, já que é possível suprir a demanda sem alterações no processo produtivo. Se uma empresa resolve se desfazer de seus estoques para obter um lucro fácil através de uma operação de arbitragem ela está correndo o risco de não poder satisfazer os seus clientes, podendo perdê-los. Assim, é conveniente manter estoques e não tentar obter o ganho certo porque a operação pode causar prejuízos no relacionamento entre produtores e compradores. O ganho obtido por não arbitrar (o *convenience yield*) está intimamente ligado a redução do risco do negócio. Devemos ressaltar que

“O estoque de qualquer bem proporciona um rendimento ou compensação para quem os possui, que deve ser deduzido do custo de estocagem ao ser calculado o custo de estocagem líquido. Em equilíbrio a diferença entre o preço futuro e o preço a vista é igual ao gasto marginal no aluguel do espaço para armazenagem, juros, taxas de manuseio, etc., menos o rendimento de conveniência marginal dos estoques”<sup>9</sup>

Outro ponto importante é que fazer arbitragem não é o foco do negócio das empresas que usam os mercados de derivativos para obterem proteção. Os *hedgers* devem deixar esta atividade para os indivíduos que têm experiência em fazê-la, que são exatamente os arbitradores, e se

---

<sup>8</sup> HULL, John. 1993 *Options, Futures, and Other Derivative Securities*. Englewood Cliffs: Prentice Hall. página 68. Tradução livre.

<sup>9</sup> Brennan, Michael J. *The Supply of Storage*. American Economic Review, volume 47 (1958). página 50. Tradução livre.

limitarem a continuar produzindo seus produtos da maneira mais eficiente possível.

As equações (2) e (3) podem ser transformadas de forma a incorporarem este *convenience yield*. Se o valor dos estoques não pode ser avaliado somente pelo seu valor contábil, podemos alterar as fórmulas de modo que o “S” represente somente este valor contábil e uma outra variável seja responsável pelo valor atribuído a conveniência. Assim, se modificarmos as equações para:

$$F_t = (S_t + U)e^{(r-y)(T-t)} \quad (6)$$

e

$$F_t = S_t e^{(r+u-y)(T-t)} \quad (7)$$

onde “y” é o rendimento de conveniência, introduzimos uma variável responsável pelo valor não contábil (o “y”) ao mesmo tempo que estamos reduzindo o lado esquerdo dessas equações, resolvendo o problema de múltiplas soluções encontrado em (4) e (5).

Mas, o “y” não é uma variável mensurável a qualquer momento, portanto não podemos usa-la para definirmos uma operação de

arbitragem rentável. Assim, as inequações (4) e (5) continuam sendo válidas.

O fato do preço *forward* ser menor do que o custo de carregamento de uma posição comprada até a data do vencimento do contrato (o valor da posição a vista somada aos juros incidentes e ao custo de estocagem) já foi estudado na literatura econômica. Na década de 1930 Keynes<sup>10</sup> argumentou que em mercados de *commodities* os preços a vista deveriam sempre apresentar um prêmio sobre os preços a termo. Este prêmio seria o valor que os produtores estão dispostos a “sacrificar” para poderem obter uma proteção contra futuras variações negativas nos preços. Ele usou a linguagem de mercado para definir esta situação, chamando-a de *normal backwardation*. Esta análise concluía que os especuladores vendiam um “seguro” aos *hedgers*, cujo prêmio seria a diferença entre o preço futuro e o preço a vista esperado para a data de vencimento do contrato futuro. Um claro erro desta análise está na hipótese de que apenas os produtores procuram os mercados futuros para se protegerem, pagando um prêmio por este seguro. Nada impede que os consumidores das *commodities* também façam *hedge* nesses mercados, neste caso comprando contratos futuros para se prevenirem de um aumento nos preços. Também é possível que esses queiram pagar um prêmio de seguro, o que

levaria os preços para uma situação de *normal contango* (quando os preços dos contratos mais próximos apresentam um desconto sobre os contratos mais distantes). O uso dos mercados futuros por produtores e consumidores inviabiliza a análise Keynesiana.

O texto de Keynes não incorporava a existência do rendimento de conveniência, que foi introduzida por Kaldor<sup>11</sup> (1939) e também explorada por Working<sup>12</sup> (1949). Esses autores definem o *convenience yield* como um retorno implícito para aqueles que possuem estoques e seu valor de mercado seria a diferença entre o preço no mercado futuro e o somatório dos custos de carregamento. Mais recentemente Fama e French<sup>13</sup> (1988) definiram o rendimento de conveniência de uma forma mais operacional, sendo uma série das diferenças entre os preços dos vários contratos futuros, ajustados pelo custo de carregamento. Neste caso os custos de estocagem e transação foram ignorados de forma que o custo de carregamento seja composto apenas dos custos com juros e o valor do bem no mercado *spot*. É óbvio que o *convenience yield* se torna uma variável fortemente influenciada pelos juros e pode ser usada não

---

<sup>10</sup> Keynes, John M. 1930. *Treatise on Money*. Vol. 2. London: Macmillan. páginas 127-129.

<sup>11</sup> Kaldor, Nicholas. 1939. *Speculation and Economic Stability*. *Review of Economic Studies* 7: 1-27.

<sup>12</sup> Working, Holbrook. *The Theory of Price Storage*. *American Economic Review*, volume 39 (1949), páginas 1254-1262.

<sup>13</sup> Fama, Eugene e French, Kenneth. 1988. "Business Cycles and the Behavior of Metals Prices". *Journal do Finance* 43: 1075-1094.

apenas no estudo de *commodities*, mas também na análise de outros mercados. Neste trabalho será mantida a definição de Kaldor e Working, que inclui os custos de estocagem e exclui os de transação.

A conveniência de se deter estoques foi criticada por Wright e Williams<sup>14</sup> já que não é derivada das condições de otimização das firmas. Eles concluem que *backwardation* em mercados futuros só pode existir se a probabilidade dos estoques terminarem for maior em períodos mais próximos do que em mais distantes. Este argumento não leva em conta, porém, o resultado de Ramey<sup>15</sup> (1989) e a conclusão de Brennan<sup>16</sup>. Este autor afirma que em um mundo competitivo e incerto uma firma que procura maximizar a receita líquida manterá uma quantidade de estoques de forma que o custo marginal de estocagem seja igual a mudança esperada no preço dos bens estocados. Mantendo a definição de Kaldor e Working, Ramey conclui que a manutenção de estoques é essencial para a atividade produtiva. Ele usa este argumento para justificar a inclusão do nível de estoques ao modelar a tecnologia de produção. Outro ponto contra a conclusão de Wright e Williams é o fato

---

<sup>14</sup> Wright, Brian e Williams, Jeffrey. 1991. *Storage and Commodity Markets*. Cambridge: Cambridge University Press.

<sup>15</sup> Ramey, V.A. 1989. *Inventories as Factors of Production and Economic Fluctuation*. American Economic Review 79: 338-354.

<sup>16</sup> Brennan, Michael J. *The Supply of Storage*. American Economic Review, volume 47 (1958), página 50. Tradução livre.

observado de que muitas vezes há *backwardation* no LME, na COMEX e na CBoT, apesar dos estoques estarem em níveis abundantes.

## CAPÍTULO V

### METODOLOGIA DE CÁLCULO

Acredita-se que quando maior a oferta em relação a demanda maior será a acumulação de estoques. Sendo assim, seria fácil para os consumidores obter a *commodity* desejada, o que indica um baixo benefício atribuído a se deter estoques. É importante notar que quando oferta é maior que demanda o preço a vista tende a se reduzir. Pela lógica exposta no capítulo III, se o preço *spot* é pequeno, a operação de arbitragem a ser feita é comprar *spot* e vender *forward*.

Por outro lado, se demanda é maior que oferta os estoques devem estar se reduzindo, o que determinaria um aumento do *convenience yield*, que é o benefício atribuído a se deter estoques. Portanto, é esperado que exista uma relação negativa entre o nível dos estoques e o rendimento de conveniência. É importante notar que este aumento do *convenience yield* pode levar os participantes do mercado a não fazerem a operação de arbitragem que seria vender a vista e comprar a termo.

Para medir um valor matemático para o rendimento de conveniência usei a equação (6) derivada no capítulo IV, já que os custos de manutenção de estoques são fixos<sup>17</sup>, e dados do mercado de alumínio. Feito isto, fiz uma comparação entre este rendimento e os acontecimentos nos estoques mundiais do metal, que incluem os estoques do London Metal Exchange (LME) e os dos produtores (IPAI - International Production Aluminium Institute)<sup>18</sup>. Esta comparação foi feita através de uma regressão linear entre o *convenience yield* e o nível dos estoques. Funções deste nível também foram usadas, de modo a permitir melhorar a regressão. Um teste de causalidade de Granger também foi aplicado. A hipótese de que o nível de estoques tem uma relação negativa com o rendimento de conveniência foi confirmada, assim como a relação de causalidade.

O rendimento de conveniência será calculado por resíduo, segundo a seguinte forma:

Da equação 6:

$$F_t = (S_t + U)e^{(r-y)(T-t)}$$

manipulando-a:

---

<sup>17</sup> Dados obtidos na C. Steinweg - *trading company* de Rotterdam. Os custos de armazenagem no LME estão atualmente entre US\$0.16 a US\$ 0.20 por dia. O custo de estocagem dos produtores é de US\$0.80 por semana. Não foi possível obter uma série de custos de estocagem, então esta foi gerada a partir dos dados sobre estoque e usando um custo de US\$0.18 por dia para o LME e US\$0.80 por semana para os produtores.

<sup>18</sup> Dados divulgados pelo LME e pelo IPAI.

$$F/(S+U) = e^{(r-y)(T-t)}$$

$$\ln [F/(S+U)] = (T-t) (r-y)$$

$$y = r - \frac{\ln [F/(S+U)]}{(T-t)}, \text{ ou}$$

$$y = r - \frac{\ln(F)}{(T-t)} + \frac{\ln(S+U)}{(T-t)} \quad (8)$$

Achado este valor para cada período da série teremos uma base de dados para calcularmos a relação entre o nível dos estoques e o “convenience “yield”.

É importante notar a transformação a ser feita na taxa de juros. Como não é possível obter uma série de taxas compostas continuamente os dados obtidos deverão ser transformados pela fórmula:

$$r_1 = m \ln[1 + (r_2/m)] \quad (9)$$

onde:

$r_1 \equiv$  taxa de juros composta continuamente

$r_2 \equiv$  taxa de juros composta “m” vezes ao ano.

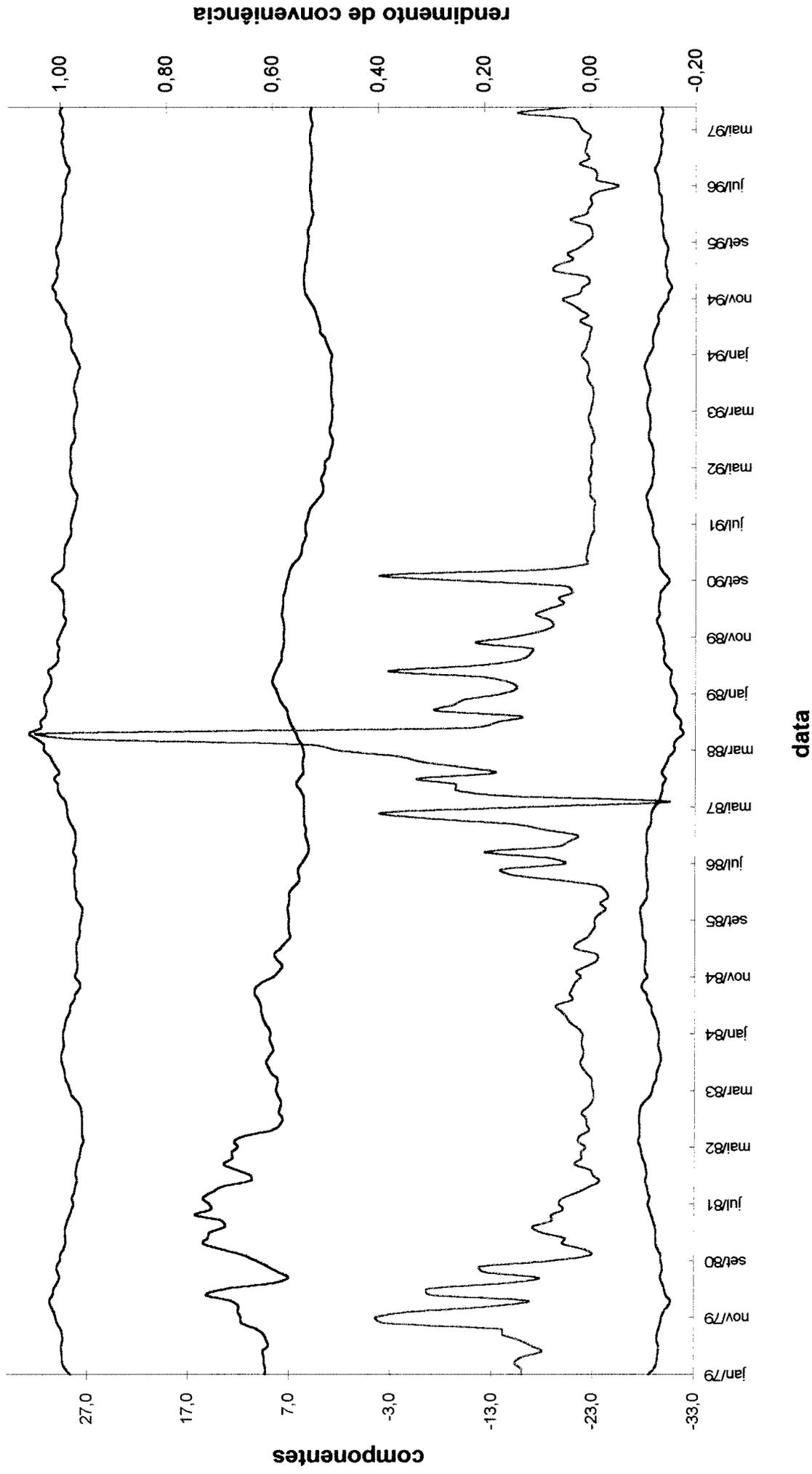
A série de taxas de juros a ser usada será de uma Treasury Bill de 3 meses, emitida pelo Tesouro norte-americano<sup>19</sup>.

---

<sup>19</sup> Dado obtido através do endereço eletrônico: [www.stls.frb.org/fred/](http://www.stls.frb.org/fred/).

O gráfico 3 apresenta os diferentes componentes do rendimento de conveniência descritos na equação (8), assim como o próprio rendimento, calculados para o mercado de alumínio.

**Gráfico 3: Componentes do Rendimento de Conveniência**



## CAPÍTULO VI

### RESULTADO DOS CÁLCULOS

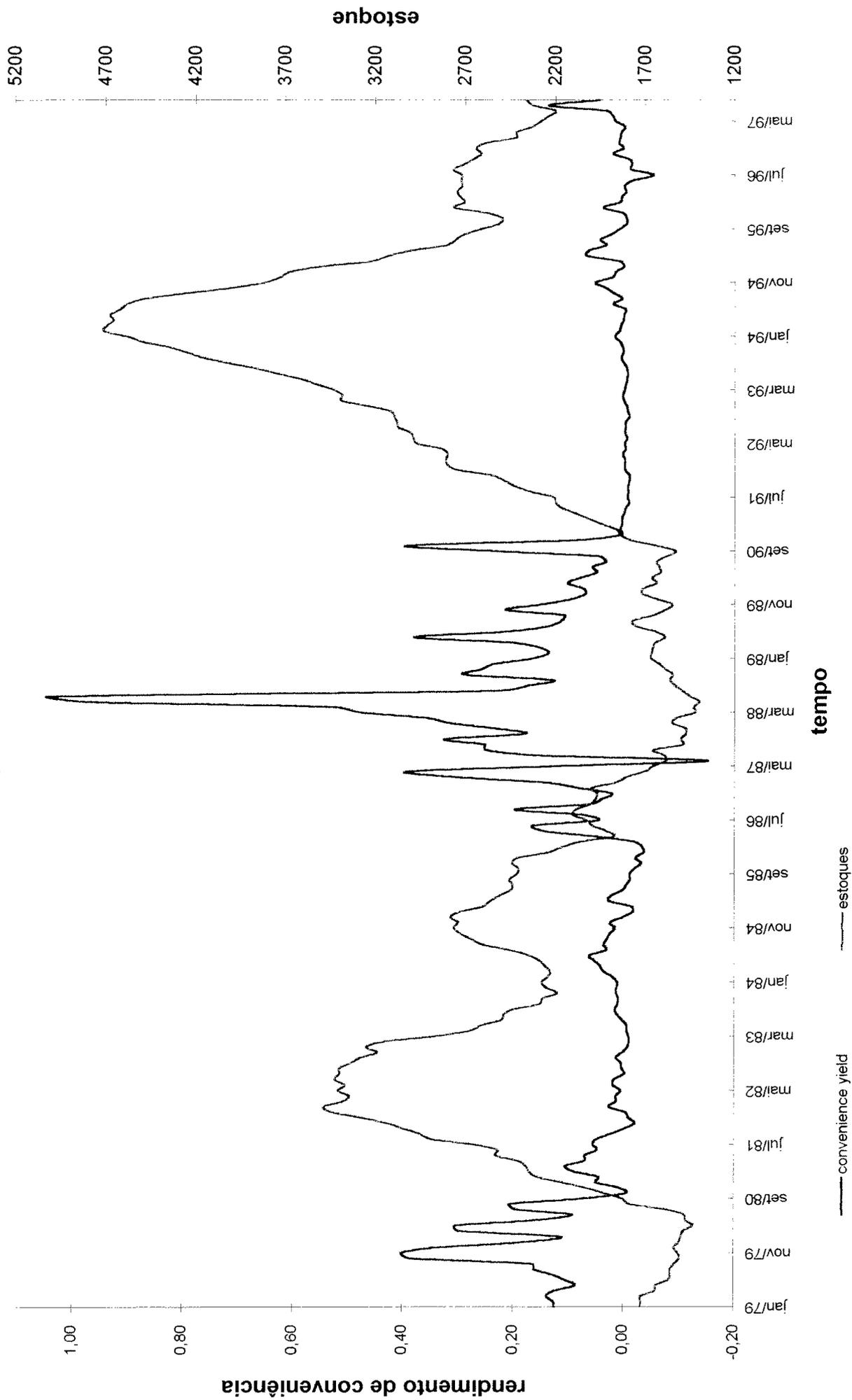
O gráfico 4 mostra o rendimento de conveniência e o nível dos estoques. É visível uma relação negativa entre essas variáveis. Por isso foi testada uma regressão da forma:

rendimento de conveniência =  $\alpha + \beta \times \text{estoque}$ , ou

$$cy = \alpha + \beta \times est \quad (r.1)$$

Os dados das tabelas 1, 2 e 3 mostram que esta regressão é significativa. A tabela 1 apresenta o resultado do teste t. Já a tabela 2 mostra o resultado da regressão dos resíduos na constante, na variável independente, na variável independente defasada (como será visto adiante) e nos resíduos defasados. Por último, a tabela 3 representa os resultados das estatísticas F, usadas no teste de causalidade de Granger

**Gráfico 4: Estoque x Convenience Yield**



com uma variável defasada. É importante notar que nos testes com mais de uma variável defasada chegou-se aos mesmos resultados.

O intervalo de confiança usado tanto no teste t quanto no teste de causalidade foi de 99%. Isto representa um valor crítico para t de 2,326 e de 6,76 para a estatística F. Valores acima dos valores críticos levam a rejeição da hipótese nula.

No caso da regressão (r.1) as estatísticas t são relevantes para a constante e para o nível de estoques. O resíduo não mostra relação com essas estimativas, mas apresenta correlação com o resíduo defasado. O valor do teste F demonstra que podemos rejeitar a hipótese nula de que o estoque não causa (no sentido de Granger) o rendimento de conveniência, mesmo para o intervalo de confiança de 99%.

Para tentar resolver o problema da correlação entre os resíduos foi tentada uma nova regressão da forma:

$$cy = \alpha + \beta_1 \times est + \beta_2 \times est(-1) \quad (r.2)$$

onde "est(-1)" representa o estoque defasado um período.

Como mostrado na tabela 1, apesar dos coeficientes manterem um sinal negativo as estatísticas t para esta regressão são insignificantes. Por isso não foi feita uma regressão dos resíduos. Dada esta insignificância foi testada uma nova regressão, da forma:

$$cy = \alpha + \beta \times \ln(\text{est}) \quad (\text{r.3})$$

onde "ln(est)" representa o logaritmo natural do nível dos estoques.

Como mostrado na tabela 1 os coeficientes desta regressão são significantes. O teste da causalidade de Granger mostra que podemos rejeitar a hipótese nula de que o logaritmo natural dos estoques não causa o rendimento de conveniência. É importante notar, porém, que ainda persiste o problema de correlação dos resíduos.

Foi tentada, então a regressão:

$$cy = \alpha + \beta_1 \times \ln(\text{est}) + \beta_2 \times \ln(\text{est})(-1) \quad (\text{r.4})$$

Como na regressão (r.2) as estatísticas t relativas a variável independente e a variável independente defasada de (r.4) foram

consideradas insignificantes. Por isso não foi dada continuidade aos testes relativos a esta regressão.

Tabela 1 - teste t

regressão	constante		variável independente		var. indepen. defasada	
	coeficiente	t	coeficiente	t	coeficiente	t
r.1	0,291	11,571	$-8,74 \times 10^{-5}$	-9,035		
r.2	0,291	11,494	$-8,44 \times 10^{-5}$	-0,934	$-3,08 \times 10^{-6}$	-0,0339
r.3	2,068	11,410	-0,257	-11,004		
r.4	2,064	11,301	-0,323	-1,539	0,0666	0,317
r.5	0,0680	8,359	0,998	8,207		
r.6	0,0646	8,167	0,976	8,316	0,510	4,349
r.7	0,689	20,504	0,0938	18,540		
r.8	0,683	19,916	0,105	7,599	-0,0121	-0,877

Tabela 2 - regressão dos resíduos

regressão	constante		var. independen.		var. ind. defas.		resíduo defas.	
	coef.	t	coef.	t	coef.	t	coef	t
r.1	$-2 \times 10^{-4}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$4,4 \times 10^{-8}$	$6,5 \times 10^{-3}$			0,716	15,21
r.3	$4,3 \times 10^{-3}$	0,0326	$-5 \times 10^{-4}$	-0,0332			0,679	13,791
r.5	$2,1 \times 10^{-3}$	0,323	-0,305	-2,934			0,599	10,458
r.6	$1,8 \times 10^{-3}$	0,275	$9,9 \times 10^{-3}$	0,101	-0,234	-2,324	0,570	9,869
r.7	$5,0 \times 10^{-3}$	0,171	$7,7 \times 10^{-4}$	0,173			0,475	8,032

Tabela 3 - teste de causalidade de Granger (valores das estatísticas F)<sup>20</sup>

	estoque	ln estoque	est. modificado	ln est. modif.
cy	9,5363	14,6498	14,9155	56,2723

Dada a persistência da correlação dos resíduos foi produzido o gráfico 5, que representa o *convenience yield* calculado para cada nível de estoque. Deste gráfico de dispersão podemos concluir que a relação entre as variáveis é inversa e da forma:

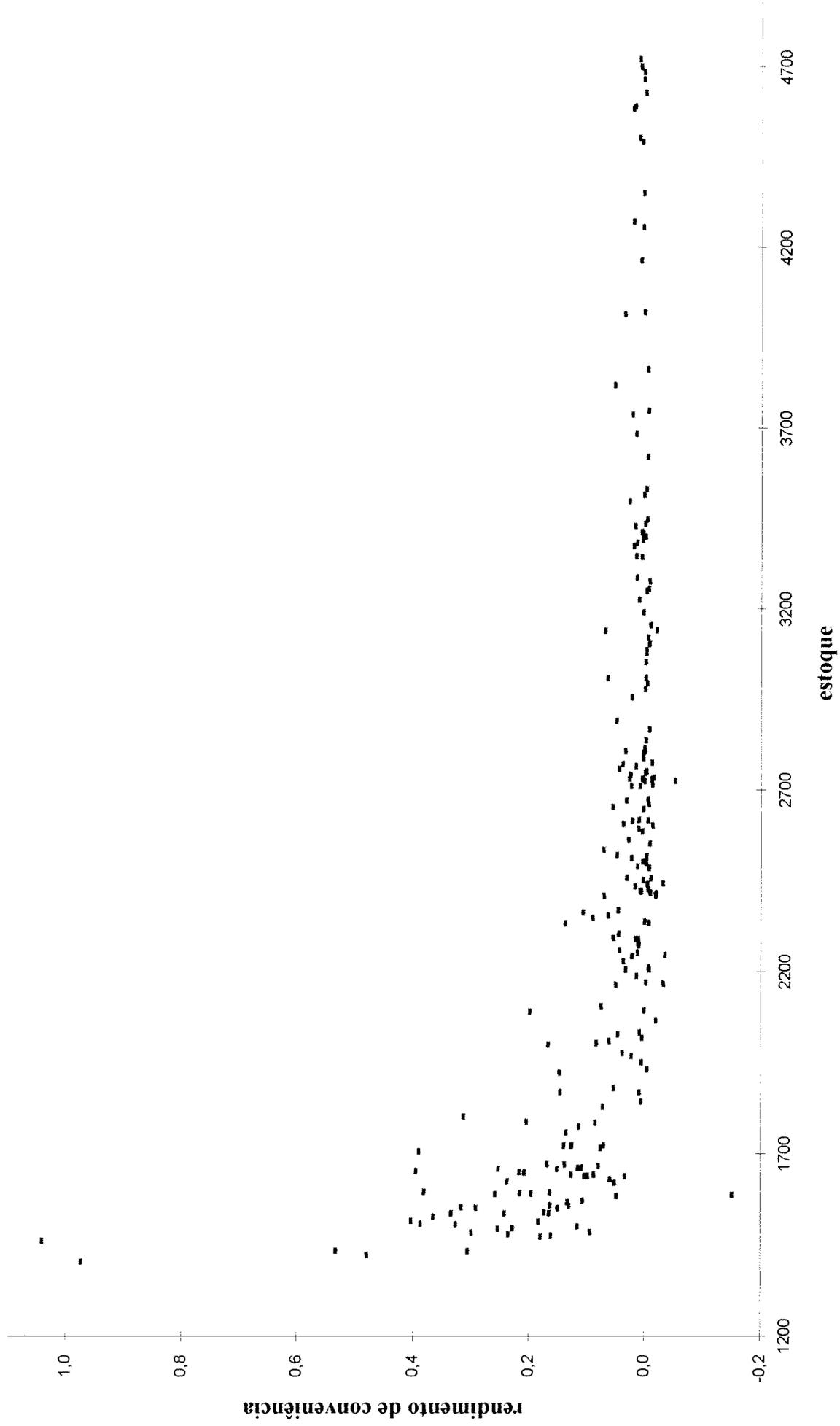
rendimento de conveniência =  $1/\text{estoque}$

Podemos observar também que a nossa variável dependente (o *convenience yield*) é extremamente sensível ao nível dos estoques, tendo um valor elevado quando o estoque está próximo de seu valor mínimo e sendo quase insignificante quando o estoque cresce muito.

Devido a conclusão de que o rendimento de conveniência é muito sensível a uma queda nos estoques resolvi transformar a série de estoques de forma que os dados reflitam esta sensibilidade e a hipótese de que a relação entre o rendimento de conveniência e o estoque é

<sup>20</sup> Estão informados apenas os valores das estatísticas F para o teste de que o estoque causa (no sentido de Granger) o rendimento de conveniência. Todos os testes que procuram provar que o rendimento de conveniência causa estoque tem estatística F insignificante, a exceção de um, que será abordado mais adiante.

**Gráfico 5: Relação do Estoque com o Rendimento de Conveniência**



inversa. Esta sensibilidade ao nível de estoques já foi discutida por Brennan<sup>21</sup> e Working<sup>22</sup>. Esse autor afirma que a diferença entre os preços dos contratos futuros representa os custos de estocagem incorridos entre as datas de entrega somente quando os estoques são muito altos.

Assim, os dados de estoque foram transformados segundo a fórmula:

$$em = \frac{1}{est_i - est_{\min} + 1} \quad (10)$$

aonde:

$em \equiv$  estoque modificado

$est_i \equiv$  estoque no período  $i$

$est_{\min} \equiv$  estoque mínimo = 1399 toneladas

A sensibilidade da variável dependente à valores extremos da variável independente já foi estudada por Tourinho<sup>23</sup> no caso da demanda por moeda em processos de inflação elevada. No seu texto Tourinho faz uma transformação Box-Cox na variável dependente. Esta transformação é capaz de manter as suas hipóteses, mas não cabe no

---

<sup>21</sup>Brennan, Michael J. *The Supply of Storage*. American Economic Review, volume 47 (1958).

<sup>22</sup>Working, Holbrook. *The Theory of Price Storage*. American Economic Review, volume 39 (1949).

<sup>23</sup>Tourinho, Octávio. 1995. A demanda por moeda em processos de inflação elevada. Pesquisa e Planejamento Econômico 25 (abril de 1995).

estudo do rendimento de conveniência porque uma transformação neste rendimento (a variável dependente) não refletiria a sensibilidade ao nível de estoques. Além disso, Tourinho parte da especificação log-linear de Cagan, o que não é o caso nesta análise.

Devemos ressaltar que a transformação proposta em (10) mantém a hipótese de relação negativa entre o estoque e o *convenience yield*, já que a derivada de “em” em relação a “est<sub>i</sub>” é:

$$\frac{d \text{em}}{d \text{est}} = - \frac{1}{(\text{est}_i - \text{est}_{\min} + 1)^2} \quad (11)$$

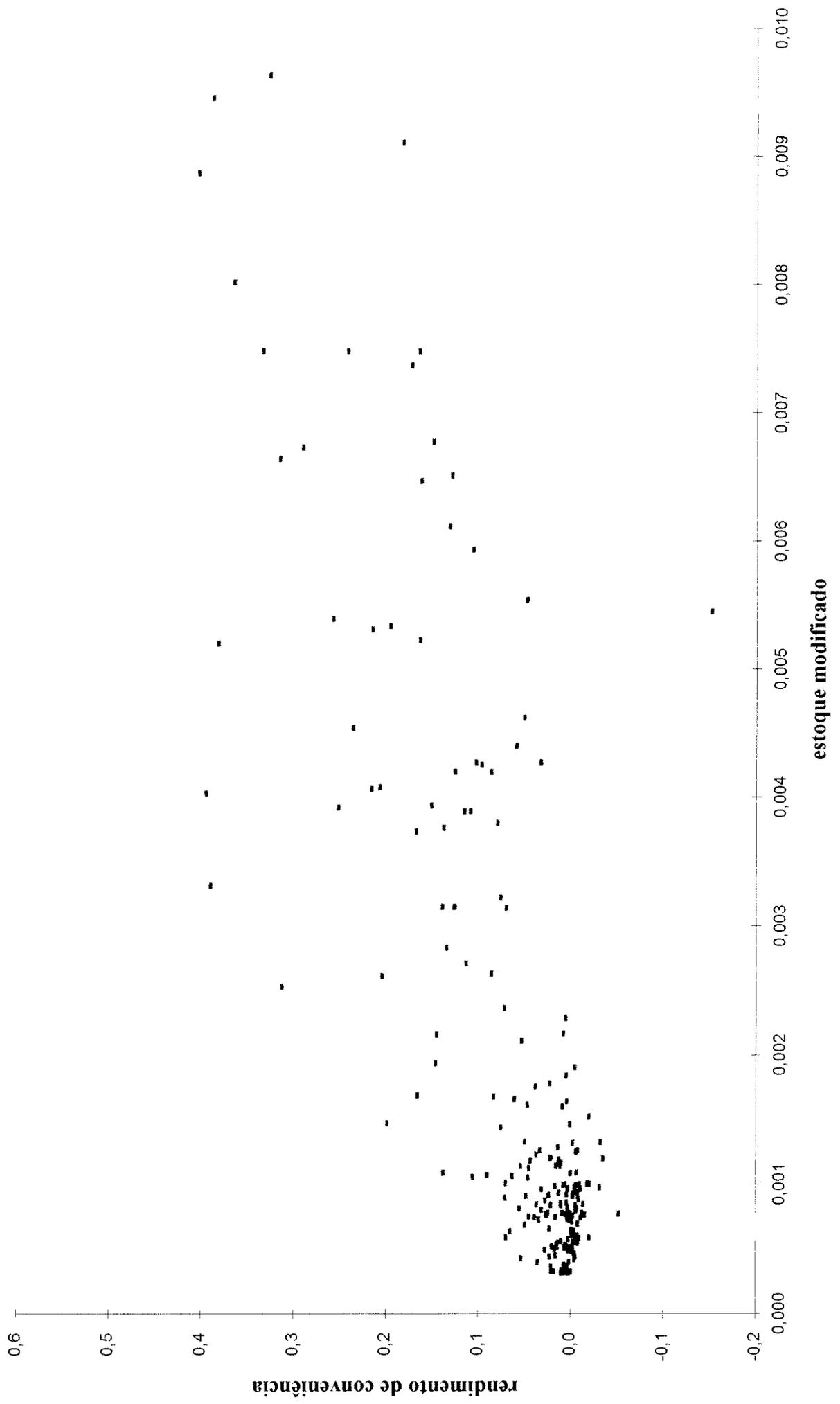
O gráfico 6 mostra a relação entre o rendimento de conveniência e cada nível do estoque modificado. Existe uma relação crescente entre as variáveis, o que é esperado dada a definição do estoque modificado.

Após a transformação foi calculada uma nova regressão:

$$cy = \alpha + \beta \times em \quad (r.5)$$

A tabela 1 mostra que as estatísticas t desta regressão são positivas e significantes. A regressão dos resíduos e o teste da causalidade de Granger, porém, não dão suporte a esta regressão. Além da variável

**Gráfico 6: Relação entre Estoque Modificado e Rendimento de Conveniência**



independente ter correlação com o erro (o valor de  $t$  é significativo), a partir do teste da causalidade podemos rejeitar a hipótese nula de que o rendimento de conveniência não causa o estoque modificado. O valor da estatística  $F$  é de 18,9155, o que nos leva a uma conclusão oposta a nossa hipótese inicial, de que é o estoque que causa o *convenience yield*. Sendo assim, esta regressão também foi considerada errada.

Foi feita, então uma regressão equivalente a (r.5), mas incluindo o estoque modificado defasado. Esta regressão têm a forma:

$$cy = \alpha + \beta_1 \times em + \beta_2 \times em(-1) \quad (r.6)$$

Os resultados desta regressão são satisfatórios. As estatísticas  $t$  desta regressão são maiores que o valor crítico de 2,326. A regressão dos resíduos mostra que os coeficientes não são significativamente diferentes de zero. Apesar disso, para o coeficiente que relaciona a variável independente defasada com o resíduo esta conclusão só é possível no intervalo de confiança de 99%. Por isso procurei uma outra regressão.

Uma outra possibilidade era repetir as regressões (r.5) e (r.6), mas usando o logaritmo natural do estoque modificado. Estas regressões teriam a forma:

$$cy = \alpha + \beta \times \ln(em) \quad (r.7)$$

e

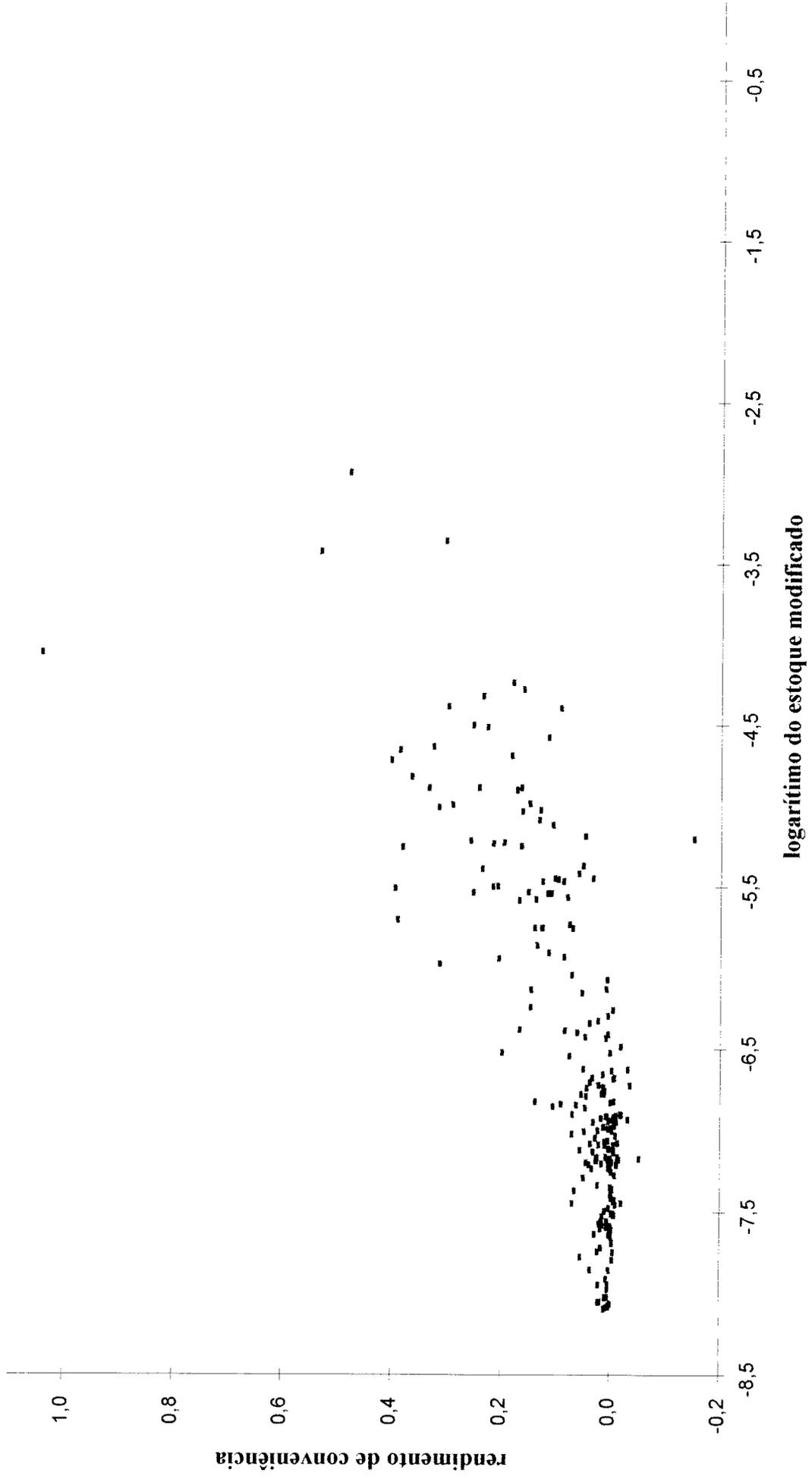
$$cy = \alpha + \beta_1 \times \ln(em) + \beta_2 \times \ln(em)(-1) \quad (r.8)$$

O gráfico 7 mostra a relação entre o rendimento de conveniência e o logaritmo natural do estoque modificado.

A estatística t relacionada a variável independente defasada na regressão (r.8) é menor do que o valor crítico, o que leva a exclusão desta regressão da análise. A regressão (r.7), porém, não apresenta este problema. Além disso, a variável independente desta regressão não apresenta correlação com os erros e o teste de causalidade de Granger determina um valor de F bastante acentuado. Assim, podemos rejeitar a hipótese nula de que o logaritmo natural do estoque modificado não causa o rendimento de conveniência.

Do estudo das regressões podemos concluir que existe uma relação inversa entre o rendimento de conveniência e os estoques no mercado de alumínio. Devemos notar que todas as regressões estudadas apresentam correlação entre os erros. Este resultado pode ser devido a outros fatores econômicos que afetam as séries e não estão sendo medidos por este

**Gráfico 7: Relação entre o Logarítimo do Estoque Modificado e o Rendimento de Conveniência**



trabalho. É importante dizer que na derivação da série do rendimento de conveniência é usada a taxa de juros sem risco (ver equação (8)). Sendo assim, é pouco relevante tentar fazer uma regressão que inclua a taxa de juros, já que estaríamos regredindo uma função da taxa de juros nesta taxa.

## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÃO

Neste trabalho foi mostrado primeiro que o modelo CAPM não pode ser usado para precificar mercados futuros (ou a termo). As hipóteses desse modelo não são satisfeitas por esses mercados, o que me levou a procurar uma forma alternativa de precifica-los. A alternativa encontrada foi o uso da “precificação por ausência de arbitragem”. Desta forma de precificar foi extraída a existência do rendimento de conveniência. Após uma apresentação detalhada deste rendimento foram feitos cálculos para encontrá-lo e relacioná-lo com os estoques.

A conclusão que se chega da análise das diferentes regressões testadas é que existe uma relação inversa entre o rendimento de conveniência e os estoques, pelo menos para o caso do alumínio. O teste de causalidade de Granger demonstra que podemos rejeitar a hipótese de

que o estoque não causa o *convenience yield*, o que é o mesmo que dizer que o estoque tem influência nesta variável.

## BIBLIOGRAFIA

- Bodie, Zvi e Rosansky, Victor I. *Risk and Returns in Commodity Futures*. Financial Analysts Journal (maio/junho de 1980), páginas 27-39.
- Brennan, Michael J. *The Supply of Storage*. American Economic Review, volume 47 (1958) páginas 50-72.
- Bresnahan, Timothy F. e Suslow, Valerie Y. *Inventories as an Asset: the Volatility of Copper Prices*. International Economic Review, volume 26 número 2 (junho de 1985), páginas 409-423.
- Carter, Colin A., Rausser, Gordon C. e Schmitz, Andrew. *Efficient Asset Portfolios and the Theory of Normal Backwardation*. Journal of Political Economy, volume 91 número 2 (abril de 1983), páginas 319-331.
- Chang, Eric C. *Returns to Speculators and the Theory of Normal Backwardation*. Journal of Finance, volume 40 (março de 1985), páginas 193-208.

- Dusak, Katerine. *Futures Trading and Investor Returns: An Investigation of Commodity Market Risk Premiums*. *Journal of Political Economy*, volume 81 (novembro/dezembro de 1973), páginas 1387-1406.
- Fama, Eugene e French, Kenneth. 1988. "Business Cycles and the Behavior of Metals Prices". *Journal do Finance* 43: 1075-1094.
- Gujarati, Damodar N. *Basic Econometrics*. McGraw-Hill.
- Hull, John. 1993. *Options, Futures, and Other Derivative Securities*. Englewood Cliffs: Prentice Hall. Capítulo 3.
- Kaldor, Nicholas. 1939. *Speculation and Economic Stability*. *Review of Economic Studies* 7: 1-27.
- Keynes, John M. 1930. *Treatise on Money*. Vol. 2. London: Macmillan.
- Pindyck, Robert S. *The Present Value of Rational Commodity Pricing*. *Economic Journal*, volume 103 número 418 (maio de 1993), páginas 511-530.
- Raney, V.A. 1989. *Inventories as Factors of Production and Economic Fluctuation*. *American Economic Review* 79: 338-354.
- Stein, Jerome. 1987. *The Economics of Futures Markets*. New York: Basil Blackwell.
- Tourinho, Octávio. 1995. A demanda por moeda em processos de inflação elevada. *Pesquisa e Planejamento Econômico* 25 (abril de 1995).

- Wright, Brian e Williams, Jeffrey.1991. *Storage and Commodity Markets*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Working, Holbrook. *The Theory of Price Storage*. American Economic Review, volume 39 (1949), páginas 1254-1262.
- Endereço eletrônico: [www.stls.frb.org/fred/](http://www.stls.frb.org/fred/)